

Thema: Darstellung und einfache Berechnungen mit Wurzeln

Franz Schlöglhofer

☒ TI-Nspire™ CAS

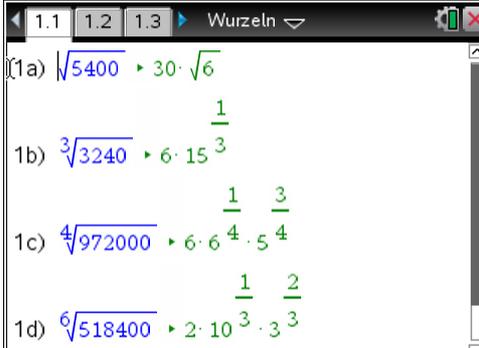
Schlagworte: Wurzel, Darstellung einer Wurzel, Rationale Exponenten, Definitionsbereich, einfache Formeln

Unterrichtsmaterial

Aufgabe

In den folgenden Teilen der Aufgabe 1 bis 4 werden Berechnungen mit Wurzeln dargestellt. Betrachte die einzelnen Bilder, berechne selbst ohne und mit TI-NSPIRE bzw. erkläre die Vorgangsweise bei der Berechnung.

- 1) Dargestellt sind einige Berechnungen mit Wurzeln. Überprüfe die Berechnung durch Zerlegung in Primfaktoren (z.B. mit *factor*) und berechne die einzelnen Wurzeln auch ohne TI-NSPIRE.



1.1 1.2 1.3 Wurzeln

(1a) $\sqrt{5400} \rightarrow 30 \cdot \sqrt{6}$

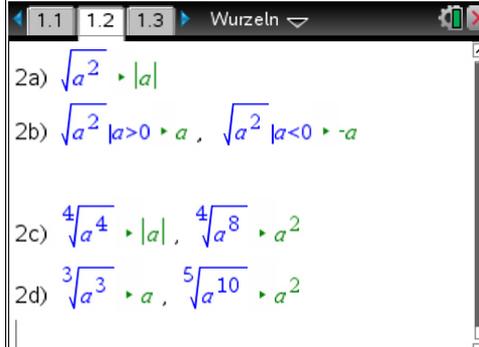
1b) $\sqrt[3]{3240} \rightarrow 6 \cdot 15^{\frac{1}{3}}$

1c) $\sqrt[4]{972000} \rightarrow 6 \cdot 6^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}}$

1d) $\sqrt[6]{518400} \rightarrow 2 \cdot 10^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}$

- 2) Gegeben sind allgemeine Berechnungen mit Wurzeln. Erkläre alle Berechnungen und führe sie selbst mit TI-NSPIRE aus.

Erkläre die Ergebnisse der Berechnungen. Gib Gründe an, dass in einigen Fällen das Ergebnis mit Beträgen angegeben wird.



1.1 1.2 1.3 Wurzeln

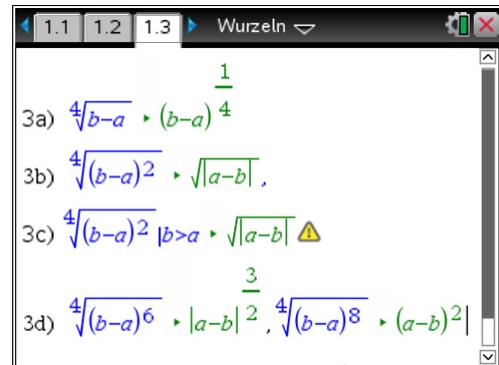
2a) $\sqrt{a^2} \rightarrow |a|$

2b) $\sqrt{a^2} \mid a > 0 \rightarrow a, \sqrt{a^2} \mid a < 0 \rightarrow -a$

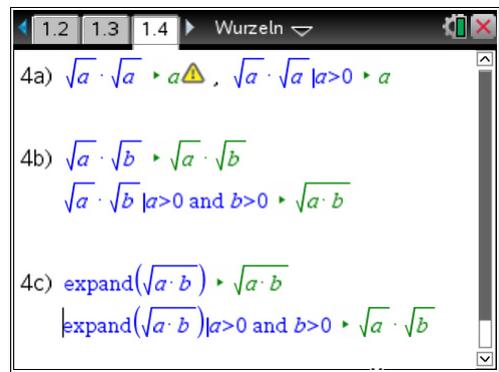
2c) $\sqrt[4]{a^4} \rightarrow |a|, \sqrt[4]{a^8} \rightarrow a^2$

2d) $\sqrt[3]{a^3} \rightarrow a, \sqrt[5]{a^{10}} \rightarrow a^2$

- 3) Erkläre die Ergebnisse der dargestellten Berechnungen. Was bedeutet das Warnzeichen bzw. das Betragszeichen?



- 4) Erkläre die Berechnungen. Gib Gründe für das Warnzeichen in 4a) an. Warum wird in 4b) einmal unter eine Wurzel gebracht, im anderen Fall nicht? In 4c) wird in einem Fall die bekannte Wurzelformel angewendet, im anderen Fall nicht. Gib Gründe dafür an.



Didaktischer Kommentar

Zunächst sollen die Berechnungen ohne NSPIRE durchgeführt werden, anschließend mit der fertigen TI-NSPIRE-Datei verglichen werden. Die Berechnungen in der TNS-Datei sollen erklärt werden.

Quelle: *klar² Mathematik 6, Verlag Jugend und Volk*

Vorschlag zur Umsetzung

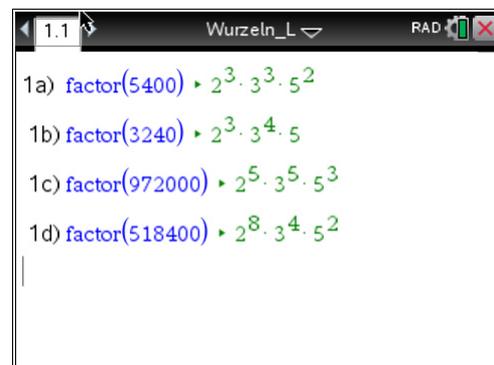
- 1) Man kann mit dem TI-NSPIRE eine Zahl in Primfaktoren zerlegen. Daraus kann in der linken Spalte die jeweilige Wurzel berechnet werden.

$$\sqrt{5400} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \cdot 5 = 30 \cdot 6^{\frac{1}{2}}$$

$$(2^3 \cdot 3^4 \cdot 5)^{1/3} = 2 \cdot 3 \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot 15^{1/3}$$

$$(2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^3)^{1/4} = 2 \cdot 2^{1/4} \cdot 3 \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}} = 6 \cdot 6^{1/4} \cdot 5^{3/4}$$

$$(2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^3)^{1/6} = 2 \cdot 2^{1/3} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} = 6 \cdot 15^{1/3}$$



- 2a)b) Für a gilt $a \geq 0$ oder $a < 0$. Das Quadrat ist größer oder gleich 0, daher kann in jedem Fall die Wurzel berechnet werden. Diese ist auch von einem negativen a positiv – daher der Betrag.
- 2c) Im Falle, dass das Ergebnis ohnedies positiv ist, wird im zweiten Fall das Betragszeichen weggelassen.
- 2d) Erste Aufgabe: Zu hinterfragen ist, dass z.B. durch Einsetzen von -2 für a die Wurzel aus -8 berechnet werden kann. Schüler und Schülerinnen sollten angehalten werden, die Wurzeldefinition genauer zu betrachten.
- 3a) Es wird nicht umgeformt sondern nur in eine andere Darstellungsform gebracht.
- 3b)c) Wegen des Quadrats kann die Differenz umgeformt und in eine alphabetische Reihenfolge gebracht werden. Daher wird der Betrag gesetzt. Diskutiere das Warnzeichen in 3c.
- 4) Alle Teile dieser Aufgabe haben die Grundlage, dass das „unter eine Wurzel bringen“ ($\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$) nur für nicht negative a und b ausgeführt werden kann. Nur in diesen Fällen wird die Berechnung ausgeführt.

Technologiehilfe

Die Aufgabe soll Schüler und Schülerinnen anregen, „übliche“ Rechnungen mit dem TI-NSPIRE „auszuprobieren“. Bei den Wurzelbeispielen dieser Aufgabe sollte z.B. erkannt werden, dass man genauer auf das Vorzeichen achten muss.

Die Aufgabe sollte zu Diskussionen anregen. Sie soll als Anregung gesehen werden, auch auf anderen Gebieten der Mathematik möglichst exakt zu arbeiten.