

Die Spezialfälle der thermischen Zustandsgleichung idealer Gase

von Jürgen Enders

Die thermische Zustandsgleichung beschreibt den Zustand des idealen Gases bezüglich seiner Zustandsgrößen. Wählt man als Zustandsgrößen p , V , T und N , so lautet sie

$$p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T$$

wobei N die Teilchenzahl und k_B die Boltzmann-Konstante ist. Das Produkt $N \cdot k_B$ ist bei einem idealen Gas und einer abgeschlossenen Gasmenge eine Konstante. Somit kann man die Zustandsgleichung auch in Form einer Proportionalität schreiben:

$$p \cdot V \sim T$$

Da man üblicherweise nur den Zusammenhang zwischen zwei Größen untersucht und die dritte konstant lässt, ergeben sich drei Proportionalitäten:

1. Das Gesetz von Boyle-Mariotte (T konstant): $p \sim V^{-1}$
2. Das Gesetz von Gay-Lussac (p konstant): $V \sim T$
3. Das Gesetz von Amontons (V konstant): $p \sim T$

Diese Proportionalitäten lassen sich experimentell mit geringem Aufwand bestätigen. Man benötigt:

1. eine Elektro-Heizplatte mit einem Topf oder großem Becherglas
2. eine Plastikspritze
3. etwas Plastikschauch
4. einen Temperatursensor
5. einen Drucksensor, eventuell zusätzlich mit Dreibegeventil zum Belüften
6. eine TI-Nspire™ Lab Station

Die Plastikspritze wird mit dem Drucksensor durch den Schlauch verbunden. Sie sollte möglichst groß und der Schlauch möglichst kurz sein, damit Fehler durch das Schlauchvolumen minimiert werden. Andererseits sollte das Gasvolumen auch vollständig im Wasser untertauchen können. Bei den Beispielmessungen wurde eine handelsübliche Spritze mit 10cm^3 Volumen verwendet. Als Schlauch diente ein insgesamt ca. 46cm langes Stück gewöhnlicher Plastikschauch mit 3mm Innendurchmesser.

Alternativ zur Erwärmung des Wassers kann man auch heißes Wasser sich abkühlen lassen, unterstützt z.B. durch die Zugabe von Eiswürfeln. Man benötigt dann keine Heizplatte mehr.

1. Das Gesetz von Boyle-Mariotte

Der Drucksensor wird an die LabCradle angeschlossen (ch1). Der Kolben der Spritze wird etwa halb herausgezogen, bevor die Spritze über den Schlauch mit dem Drucksensor verbunden wird. Die Vernier DataQuest™ Applikation wird gestartet.

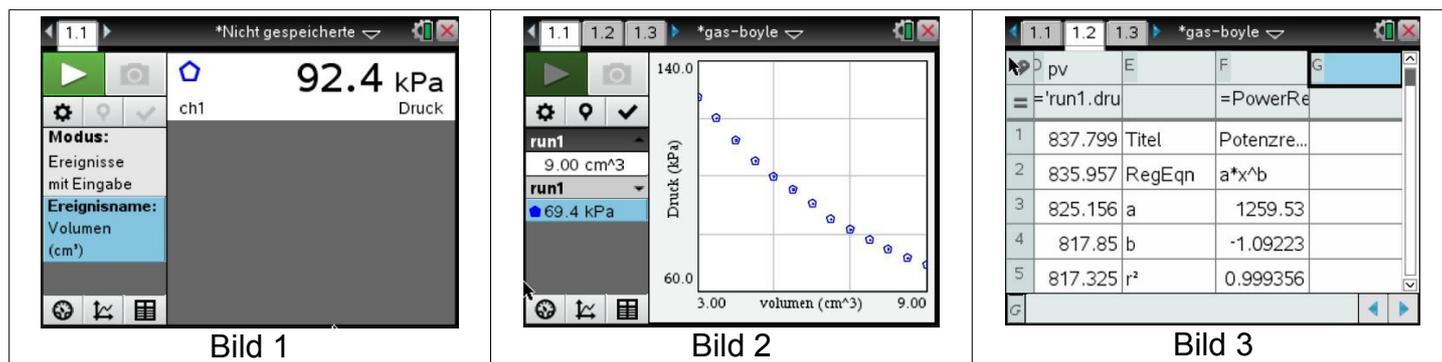
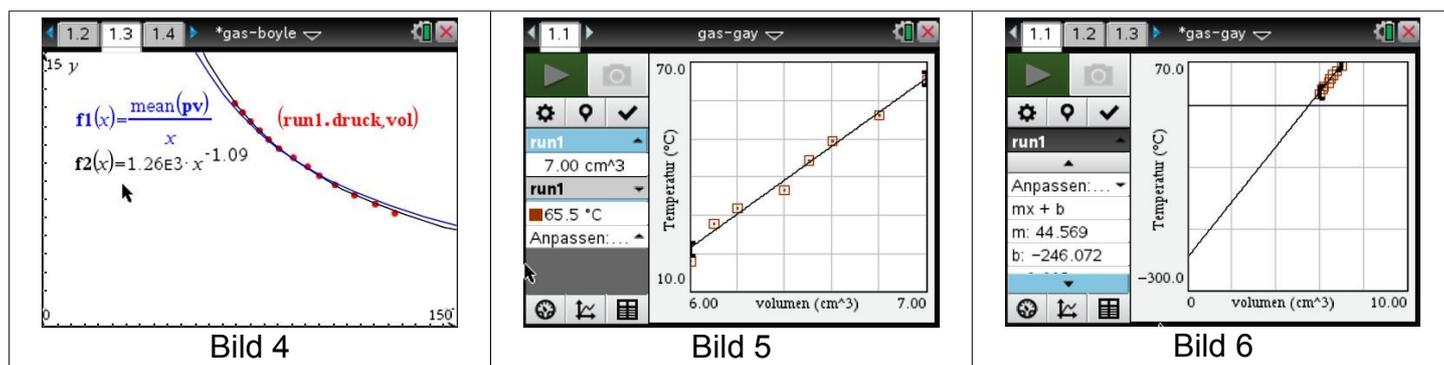


Bild 1 zeigt die Messgeräte-Ansicht. Sie lässt sich immer erreichen, indem man das kleine Symbol links unten auswählt. Über die Schaltflächen lassen sich dann die wichtigsten Versuchsparameter einstellen. In diesem Fall wurde als Messmodus „Ereignisse mit Eingabe“ gewählt, denn der Druckwert wird vom Sensor geliefert, das „Ereignis“ Volumen muss aber an der Spritze abgelesen und eingetragen werden. In einem anschließenden Dialog wird dem Ereignis ein Name und eine Maßeinheit zugewiesen.

Vor der Messung sollte das nicht unerhebliche Schlauchvolumen bestimmt werden. Die eigentliche Messung wird gestartet durch die grüne Play-Schaltfläche. Man liest das Volumen ab, addiert das Schlauchvolumen und ordnet diesen Wert über das Photoapparat-Symbol dem Druck zu. Dann stellt man an der Spritze ein neues Volumen ein und nimmt eine neue Messung vor. Die Messreihe wird beendet durch die rote Stopp-Schaltfläche. Es ergibt sich eine Grafik wie in Bild 2. Diese Grafik kann mit einer Potenzregression sofort ausgewertet werden.



Bei der Beispielmessung wurden die Messwerte zusätzlich an die Tabellenkalkulation gesendet (Bild 3), da jetzt eine Auswertung auf zwei Wegen möglich wurde:

1. Die Potenzregression ergab einen Exponenten von -1,09 sowie den Koeffizienten 1259 (Bild 3 und $f_2(x)$ in Bild 4).
2. Die Messwerte wurden miteinander multipliziert (Spalte pv in Bild 3) und ihr Mittelwert ermittelt ($\text{mean}(pv) \approx 830$). Damit wurde der blaue Graph $f_1(x)$ in Bild 4 gezeichnet.

Der Graph von $f_2(x)$ ist gut den Messwerten angepasst, allerdings ist die Konstante 1260 als Mittelwert für pV viel zu groß. Der Graph von $f_1(x)$ zeigt trotz besser angepasster Konstanten größere Abweichungen. Beide Auswertungen können aber angesichts der Ungenauigkeiten bei der Volumenbestimmung durchaus als Bestätigung für das Gesetz von Boyle-Mariotte angesehen werden.

2. Das Gesetz von Gay-Lussac

Die Spritze wird wieder wie schon beschrieben vorbereitet. Das Gefäß mit möglichst kaltem Wasser wird auf die Heizplatte gestellt und die Spritze eingetaucht. Es sollte soviel Wasser sein, dass das Gasvolumen vollständig von Wasser umschlossen ist. Der Temperatursensor wird so befestigt, dass er nicht den Boden des Gefäßes berührt. Messmodus ist wieder „Ereignisse mit Eingabe“. Die Messreihe wird gestartet und eine erste Messung durchgeführt.

Für die nächste Messung wird der Kolben ein klein wenig herausgezogen, im Beispiel um $0,1\text{cm}^3$ bis $0,2\text{cm}^3$. Dadurch sinkt der Druck. Erwärmt man das Wasser, stellt sich irgendwann der ursprüngliche Druck wieder ein, da das Gas sich bei Erwärmung ausdehnt. Jetzt wird die nächste Messung durchgeführt, usw. Da man in unmittelbarer Nähe des Wassers arbeiten muss, ist die Messreihe beendet, wenn das Wasser zu heiß geworden ist, im Beispiel bei 65°C .

Die Messreihe ist in Bild 5 dargestellt, zusammen mit einer linearen Regression. Da die Temperatur in $^\circ\text{C}$ gemessen wurde, ist der Zusammenhang zwischen Volumen und Temperatur nur linear, nicht proportional.

Kühlt man das Gas immer weiter ab, so verringert sich das Volumen immer weiter. Aus der Regression kann man entnehmen, dass das (theoretische) Volumen $V = 0\text{cm}^3$ bei -246°C erreicht wird (Bild 6). Nimmt man diesen Wert (eigentlich müsste es der absolute Nullpunkt $-273,15^\circ\text{C}$ sein) als Nullpunkt der Temperaturskala, so gilt $V \sim T$.

3. Das Gesetz von Amontons

Der Aufbau ist wie beim Gesetz von Gay-Lussac, aber der Messmodus muss in „ausgewählte Ereignisse“ geändert werden. Der Kolben wird auf irgendein Volumen eingestellt und hält dort wegen der Reibung auch fest, da der Druckzuwachs nur gering ist. Die Messung wird gestartet und jeweils beim Anklicken des Photoapparat-Symbols wird eine Messung aufgenommen, ohne dass noch eine weitere Eingabe erforderlich ist. Bild 7 zeigt die Messreihe, gleich verbunden mit einer linearen Regression. Bei anderer Wahl des Temperatur-Nullpunktes würde auch hier die Proportionalität $p \sim T$ bestätigt werden.

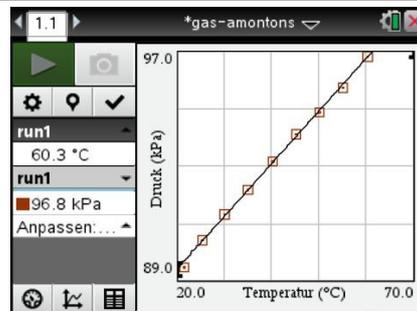


Bild 7