

## Énoncé

On place un capital  $C_0$ , appelé capital initial à un taux annuel de  $t$  %.

- On note  $(u_n)$  la suite représentant le capital obtenu au bout de  $n$  années si le placement est à intérêts simples au taux de 5% et  $(v_n)$  la suite représentant le capital obtenu au bout de  $n$  années si le placement est à intérêts composés au taux de 4%. On fixe  $C_0 = 10\,000\text{€}$ . Identifier la nature de chaque suite et donner leur expression en fonction de  $n$ .
- Utiliser le mode **SUITE** de la calculatrice pour connaître la durée minimale de placement dans chaque cas afin que le capital acquis atteigne au moins  $15\,000\text{€}$ .
- Au bout de combien d'années le capital acquis avec  $(v_n)$  (intérêts composés) dépassera le capital acquis avec  $(u_n)$  (intérêts simples) ? On réalisera un script en Python pour répondre à cette question.
- A l'aide du langage Python, créer une fonction **actuel** qui renvoie le capital  $C_0$  qu'il faut placer aujourd'hui à intérêts composés pendant  $n$  années à un taux  $t$  % pour obtenir un capital  $C$  fixé.



Crédit photo : [www.pixels.com](http://www.pixels.com) – Tek Image

## 1. Nature des suite $(U_n)$ et $(V_n)$

→ On rappelle qu'un capital est placé à intérêts simples lorsque seul le capital de départ produit l'intérêt pendant toute la durée du placement. Ici les intérêts produits par an sont donc égaux à 5% de  $10\,000\text{€}$  soit  $500\text{€}$ .

Ainsi chaque terme de la suite  $(u_n)$  est obtenu en ajoutant  $500$  au terme précédent, c'est une suite arithmétique de raison  $500$  et de premier terme  $u_0 = C_0 = 10\,000$  donc  $u_n = 10\,000 + 500n$  pour tout entier naturel  $n$ .

→ Lorsqu'un capital est placé à intérêts composés, à la fin de chaque année, l'intérêt gagné est capitalisé pour produire lui aussi un intérêt.

Dans notre cas, le taux annuel étant de 4%, le capital augmente de 4% chaque année, il est alors multiplié par  $1,04$  : ainsi chaque terme de la suite  $(v_n)$  est obtenu en multipliant par  $1,04$  le terme précédent.

Donc  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $1,04$  et de premier terme  $v_0 = C_0 = 10\,000$  donc  $v_n = 10\,000 * 1,04^n$  pour tout entier naturel  $n$ .



Après 3 années les capitaux acquis sont respectivement égaux à  $11\,500\text{€}$  et  $11\,248,64\text{€}$ .

## 2. Mode SUITE

Tout d'abord, on bascule la calculatrice en mode **SUITE** et on définit les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$ .

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
10000+500*3
-----
11500
10000*1.04^3
-----
11248.64
```

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
CONDITION INITIALE
Graph1 Graph2 Graph3
TYPE: SUITE(n) SUITE(n+1) SUITE(n+2)
nMin=0
u(n) 10000+500n
u(0)=
u(1)=
v(n) 10000*1.04^n
v(0)=
v(1)=
```

On utilise ensuite la table des valeurs avec les touches    pour identifier les valeurs de  $n$  recherchées.

On lit que  $u_{10} = 15000$  et que  $v_{11} \approx 15395$ .

La durée minimale pour disposer d'au moins 15 000€ est donc de 10 ans pour le placement à intérêts simples au taux annuel de 5 % et de 11 ans pour le placement à intérêts composés au taux annuel de 4 %.

$n$	$u(n)$	$v(n)$
2	11000	10816
3	11500	11249
4	12000	11699
5	12500	12167
6	13000	12653
7	13500	13159
8	14000	13686
9	14500	14233
10	15000	14802
11	15500	15395
12	16000	16010

### 3. Définir `seuil` en Python


On lance l'environnement Python avec la touche  puis on crée un

nouveau script (  pour l'onglet Nouv) que l'on nomme INTERETS de type Calculs Mathématiques (  onglet Types).

La fenêtre de script s'ouvre et la librairie math est déjà importée.

On complète le script INTERETS avec la fonction `seuil` qui renverra le nombre d'années nécessaires pour que le terme  $v_n$  dépasse le terme  $u_n$ . Attention à la condition du `while` puisque les deux termes initiaux sont identiques, il faut choisir  $\leq$  et donc taper `<=` en Python.

On exécute le script à l'aide de l'onglet Exéc, touche  : l'écran affiche alors le shell Python lié à notre script.

Avec la touche , on sélectionne la fonction `seuil` qui renvoie 12 après exécution ce qui signifie qu'il faut douze années pour que le capital  $v_n$  dépasse le capital  $u_n$  ce que confirme l'observation de la table des valeurs.

```
ÉDITEUR : INTERETS
LIGNE DU SCRIPT 0002
from math import *

def seuil():
    u=10000
    v=10000
    n=0
    while v<=u:
        n+=1
        u=10000+500*n
        v=10000*1.04**n
    return n

Fns... | a A # | Outils | Exéc | Script
```

```
PYTHON SHELL
>>> # L'exécution de INTERETS
>>>
>>> # Shell Reinitialized
>>>
>>>
>>> from INTERETS import *
>>> seuil()
12
```

### 4. Définir `actuel` en Python

Puisque  $C$  sera le capital acquis par placement du capital  $C_0$  (qui s'appelle la valeur actuelle) à un taux annuel de  $t$  % pendant  $n$  années, par analogie avec l'étude de la suite  $(v_n)$  on a  $C = C_0 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)^n$  et donc  $C_0 = \frac{C}{\left(1 + \frac{t}{100}\right)^n}$ .

On complète le script INTERETS avec la fonction `actuel` de paramètres  $C$ ,  $t$  et  $n$ , qui renvoie le capital initial qu'il faut placer aujourd'hui à un taux annuel de  $t$  % pour disposer du capital désiré  $C$  au bout de  $n$  années.

Par exemple, pour disposer de 12 500€ dans 8 ans à un taux annuel de 7 %, il faut placer environ 7275 €. Pour disposer de la même somme dans 10 ans à un taux annuel de 3 % il faut placer environ 9301 €.

```
ÉDITEUR : INTERETS
LIGNE DU SCRIPT 0014
def actuel(C,t,n):
    return C/(1+t/100)**n

Fns... | a A # | Outils | Exéc | Script
```

```
PYTHON SHELL
>>> # L'exécution de INTERETS
>>>
>>> # Shell Reinitialized
>>>
>>>
>>> from INTERETS import *
>>> actuel(12500,7,8)
7275.113807062978
>>> actuel(12500,3,10)
9301.173936209061
>>> |

Fns... | a A # | Outils | Éditer | Script
```