

## Divisibilité et nombres premiers

### Compétences visées

- **chercher**, expérimenter – en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
- **modéliser**, faire une simulation, valider ou invalider un modèle ;
- **représenter**, choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique...), changer de registre ;
- **calculer**, appliquer des techniques et mettre en œuvre des algorithmes.

Ces compétences sont mises en œuvre dans le cadre de l'extrait du programme de 2<sup>nde</sup> GT ci-dessous :

- « Déterminer si un entier naturel  $a$  est multiple d'un entier naturel  $b$ . »
- « Déterminer si un entier naturel est premier. »

### Situation déclenchante



L'os d'Ishango

Les entailles retrouvées sur l'os d'Ishango daté à plus de 20 000 ans avant notre ère, semblent isoler quatre nombres premiers 11, 13, 17 et 19. Certains archéologues l'interprètent comme la preuve de la connaissance des nombres premiers. Toutefois, il existe trop peu de découvertes permettant de cerner les connaissances réelles de cette période ancienne.

### Problématique

Ecrire un programme qui permet de vérifier si un nombre est premier ou non.

On pourra ensuite écrire un programme qui fournit la décomposition en nombres premiers d'un nombre entier.

## Fiche méthode

### Proposition de résolution

On crée trois fonctions dans ce programme (appelé aussi script) :

- Une fonction **diviseur(a,b)** renvoyant vrai ou faux. Elle permet de tester si un nombre a est divisible par un nombre b.
- Une fonction **liste(a)** qui permet de renvoyer la liste des diviseurs de a.
- Une fonction **premier(p)** qui teste si un nombre est premier. Cette fonction renvoie vrai ou faux.

```
PYTHON SHELL
>>> diviseur(15,5)
True
>>> diviseur(15,6)
False
>>> diviseur(18,9)
True
>>> |
Fns... a A # Outils Éditer Script
```

```
PYTHON SHELL
>>> liste(12)
[1, 2, 3, 4, 6, 12]
>>> liste(17)
[1, 17]
>>> liste(18)
[1, 2, 3, 6, 9, 18]
>>> |
Fns... a A # Outils Éditer Script
```

```
PYTHON SHELL
>>> premier(5)
True
>>> premier(15)
False
>>> premier(1)
False
>>> premier(2)
True
>>> premier(12)
False
>>> |
Fns... a A # Outils Éditer Script
```

### Etapes de résolution

Fonction **diviseur(a,b)** renvoyant vrai ou faux si l'entier a est divisible par l'entier b.  
L'instruction "a%b" permet de déterminer le reste dans la division euclidienne de a par b.

```
ÉDITEUR : PREMIER
LIGNE DU SCRIPT 0007
def diviseur(a,b):
    if a%b==0:
        return True
    else:
        return False
-
Fns... a A # Outils Exéc Script
```

Pour profiter de tutoriels vidéos, Flasher le QRCode ou cliquer dessus



## Fiche méthode

### Etapes de résolution

**C'est un principe à retenir :** On peut appeler une fonction (ici : la fonction **diviseur(a,i)**) à l'intérieur d'une autre fonction (ici : **liste(a)**). L'utilisation successive de fonctions en python rend le programme dans son ensemble plus lisible.

La fonction **liste(a)** permet de retourner la liste des diviseurs de a. L'instruction `l=[]` permet d'initialiser la liste l avec une liste vide. L'instruction `l.append(i)` permet de rajouter le nombre i à la liste l.

La fonction **premier(p)** permet de retourner vrai ou faux de manière à savoir si p est premier ou non. On fait appel à la fonction **liste(p)** pour vérifier s'il y a uniquement 1 et p comme diviseurs de p.

```
EDITEUR : PREMIER
LIGNE DU SCRIPT 0016

def liste(a):
    l=[]
    for i in range(1,a+1):
        if diviseur(a,i)==True:
            l.append(i)
    return l
```

```
EDITEUR : PREMIER
LIGNE DU SCRIPT 0023

def premier(p):
    if liste(p)==[1,p]:
        return True
    else:
        return False
```

```
PYTHON SHELL

>>> premier(5)
True
>>> premier(15)
False
>>> premier(1)
False
>>> premier(2)
True
>>> premier(12)
False
>>> |
```

### Deuxième méthode

Sans utiliser les listes, on peut créer d'une autre manière une fonction **premier2(p)** qui teste si un nombre est premier. Cette fonction renvoie vrai ou faux.

```
EDITEUR : PREMIER
LIGNE DU SCRIPT 0046

def premier2(p):
    if p==1:
        return False
    for i in range(2,p):
        if p%i==0:
            return False
    return True
```

Pour profiter de tutoriels vidéos, Flasher le QRCode ou cliquer dessus



## Fiche méthode

### Approfondissement possible

En approfondissement, on peut travailler sur la décomposition en nombres premiers d'un entier naturel. La fonction **decomposition(n)** renvoie la liste des nombres premiers dans la décomposition de n, ainsi que la liste des puissances associées dans la décomposition de n.

Cette boucle permet de créer la liste des diviseurs premiers de n.

Initialisation de la liste des puissances à 1.  
L'instruction len(p) permet de renvoyer la longueur de la liste p.

Cette boucle permet de tester la divisibilité de n par les puissances des diviseurs premiers de n et de stocker cette puissance dans la liste puissance.

```
EDITEUR : PREMIER
LIGNE DU SCRIPT 0031
def decomposition(n):
    l=liste(n)
    p=[]
    for i in l:
        if premier(i)==True:
            p.append(i)
            puissance=[1]*(len(p))
            for j in range(0,len(p)):
                k=2
                while n%(p[j]**k)==0:
                    puissance[j]=k
```

```
EDITEUR : PREMIER
LIGNE DU SCRIPT 0042
        k=k+1
    return (p,puissance)
```

```
PYTHON SHELL
>>> decomposition(126)
[[2, 3, 7], [1, 2, 1]]
>>> |
```

Pour profiter de tutoriels vidéos, Flasher le QRCode ou cliquer dessus

