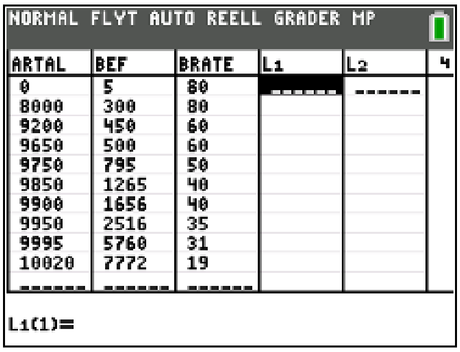
Hur många människor har någonsin levt på jorden

I denna aktivitet tar vi upp ett problem som är lite udda. Här praktiseras både algebra, statistik och integral-beräkning för att lösa ett demografiskt problem. Vi gör en del av beräkningarna i statistik-editorn.

Frågan om hur många människor som någonsin bott på jorden är ett problem som har snurrat runt på internet under många år. En bra referens *är The Population Reference Bureau (PRB*). Du kan läsa mer på *https://www.prb.org/articles/how-many-people-have-ever-lived-on-earth/*

Vi redovisar här hur det går till att göra en sådan beräkning. Om du har laddat ner de listor som hör till denna aktivitet så ser det ut så här:



NORMAL FLYT AUTO REELL GRADER MP

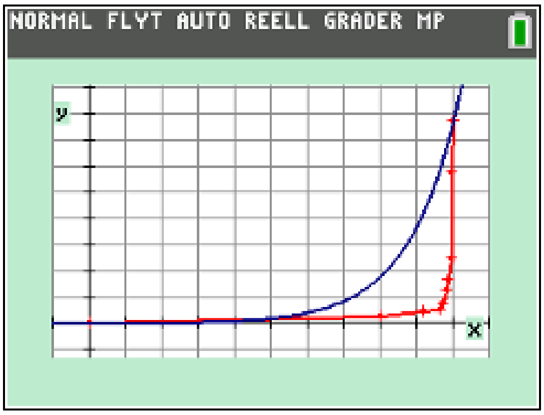
ÅRTAL	BEF	BRATE	L1	L2	4
0	5	80	------	------	
8000	300	80			
9200	450	60			
9650	500	60			
9750	795	50			
9850	1265	40			
9900	1656	40			
9950	2516	35			
9995	5760	31			
10020	7772	19			
------	------	------			

L1(1)=

Vi har

- *årtal* där 0 är 8000 f.Kr. 10020 betyder då år 2020.
- *befolkningsstorlek* i miljoner
- *födelsetal* i antalet födda per tusen invånare.
- Data kommer från *Population Reference Bureau (PRB*).

Om vi nu gör en exponentiell modell för befolk-ningsutvecklingen från år 0 (ca 10 000 år sedan) så ser vi att den kurvan väsentligt skiljer sig ifrån forskarnas data.



I verkligheten har ökningen tagit fart en bit in på 1900-talet och inte för ca 4000 år sedan som den röda kurvan antyder. Det är därför man har delat in dessa ca 10 000 år i ett antal tidsperioder.

Födelsetalet, dvs antalet födda i relation till folk-mängden, långt tillbaka i tiden var också mycket större än det är idag. För 10 000 år sedan så var också medelåldern kanske bara drygt 10 år efter-som en stor del av barnen inte överlevde det första levnadsåret. Ett högt födelsetal garan-terade artens överlevnad. Den låga tillväxten från år 1 och fram till 1600-talet anses bland annat bero på sjukdomar och klimatförändringar. Man tror att halva det bysantinska riket gick under på 500-talet. Det motsvarar ca 100 miljoner män-niskor.

Om vi gör en *exponentiell* modell för den första tidsperioden på 8000 år, då befolkningen ökade från 5 miljoner till 300 miljoner, så blir det så här:

Vi får först ställa upp ekvationen

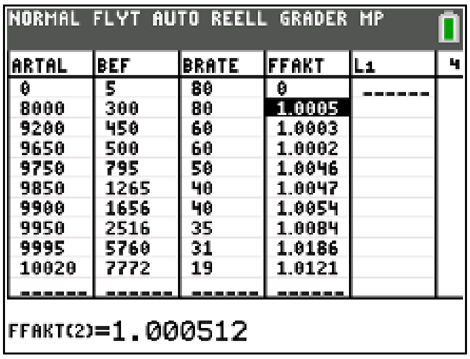
$300 = 5 \cdot x^{8000}$ där x är förändringsfaktorn

Om vi löser ut x får vi:

$$x = \left(\frac{300}{5}\right)^{\frac{1}{8000}} \approx 1{,}000512$$

Befolkningen ökade alltså med ca 0,05 % varje år.

Vi börjar nu med att beräkna förändringsfaktorn inom de olika intervallen, 0–8000, 8000–9200 osv. Vi gör precis som i första tidsintervallet. Då får vi följande lista. Se nästa sida!



ARTAL	BEF	BRATE	FFAKT	L1
0	5	80	0	------
8000	300	80	1.0005	
9200	450	60	1.0003	
9650	500	60	1.0002	
9750	795	50	1.0046	
9850	1265	40	1.0047	
9900	1656	40	1.0054	
9950	2516	35	1.0084	
9995	5760	31	1.0186	
10020	7772	19	1.0121	

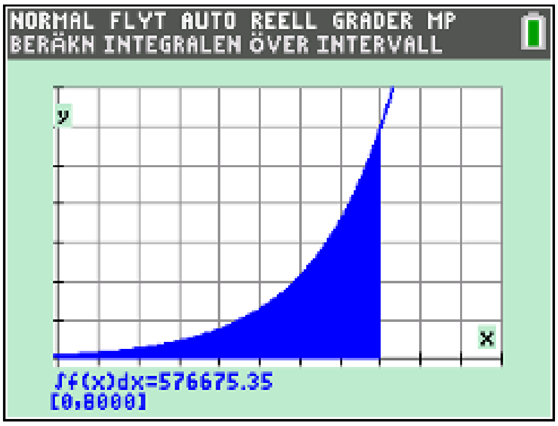
FFAKT(2)=1.000512

Vi har lagt till 0 på rad 1 eftersom man måste ha lika många rader i listor som hänger ihop.

Nu till nästa steg. Vi ska nu summera (lägga ihop) antalet människor som har levt varje år under de första 8000 åren. Man kan säga att vi gör en numerisk summering med 8000 steg. Tänk er 8000 smala staplar med bredden 1. En stapels höjd representerar då antalet personer just det året och den sammanlagda arean av alla staplar är då det vi ska beräkna. Det här luktar *integral*!

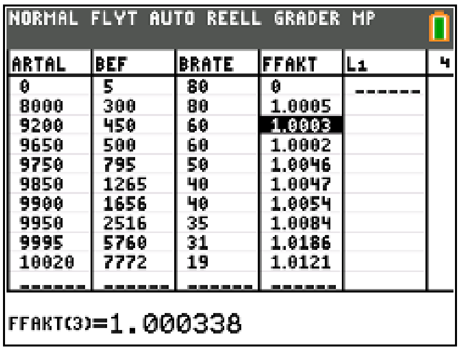
Vi plottar nu befolkningsutvecklingen för de första 8000 åren. Vi utgår då från funktionen $y = 5 \cdot 1{,}000512^x$ där x representerar antalet år.

Nu beräknar vi integralen från 0 till 8000, vilket motsvarar arean under kurvan från 0 till 8000. Tryck på [2nd][calc] och följ instruktionerna på skärmen.



Resultatet 576675 är alltså summan av alla människor som levde vart och ett av åren 0–8000.

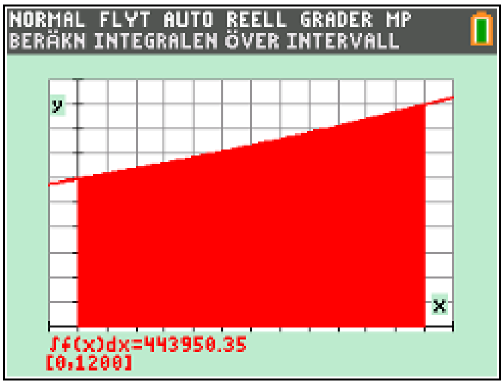
Nu gör vi likadant för alla övriga tidsintervall.



ARTAL	BEF	BRATE	FFAKT	L1
0	5	80	0	------
8000	300	80	1.0005	
9200	450	60	1.0003	
9650	500	60	1.0002	
9750	795	50	1.0046	
9850	1265	40	1.0047	
9900	1656	40	1.0054	
9950	2516	35	1.0084	
9995	5760	31	1.0186	
10020	7772	19	1.0121	

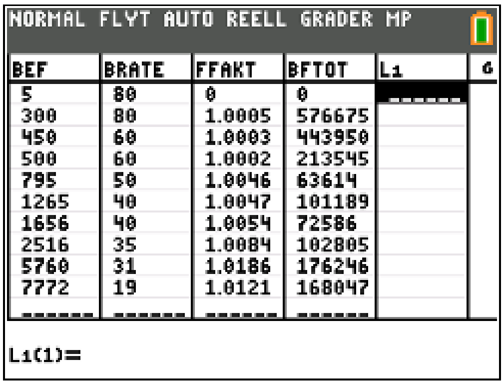
FFAKT(3)=1.000338

För det andra intervallet (8000–9200) blir funktionen $300 \cdot 1{,}000338^x$.



Vi får resultatet 443950.

Så här blir resultatet när vi gjort alla beräkningar. Värdena i listan BFTNOT (står för befolkning totalt) representerar alltså summan av antalet människor som levt varje år under de olika intervallen.



BEF	BRATE	FFAKT	BFTOT	L1
5	80	0	0	------
300	80	1.0005	576675	
450	60	1.0003	443950	
500	60	1.0002	213545	
795	50	1.0046	63614	
1265	40	1.0047	101189	
1656	40	1.0054	72586	
2516	35	1.0084	102805	
5760	31	1.0186	176246	
7772	19	1.0121	168047	

L1(1)=

Genom att multiplicera cellvärdena listan BRATE (står för *Birth rate* eller födelsetal) med cellvärdena i BFTOT, som vi just beräknat, och sedan dividera med 1000 får vi antalet födda under alla dessa år i de olika intervallen. Om vi sedan summerar data i listan FODDA får vi antalet födda totalt. Det var ju det vi skulle beräkna.

NORMAL FLYT AUTO REELL GRADER MP

BEF	BRATE	FFAKT	BFTOT	FODDA
5	80	0	0	------
300	80	1.0005	576675	
450	60	1.0003	443950	
500	60	1.0002	213545	
795	50	1.0046	63614	
1265	40	1.0047	101189	
1656	40	1.0054	72586	
2516	35	1.0084	102805	
5760	31	1.0186	176246	
7772	19	1.0121	168047	
------	------	------	------	

FODDA= ʟBRATE* ʟBFTOT/1000

NORMAL FLYT AUTO REELL GRADER MP

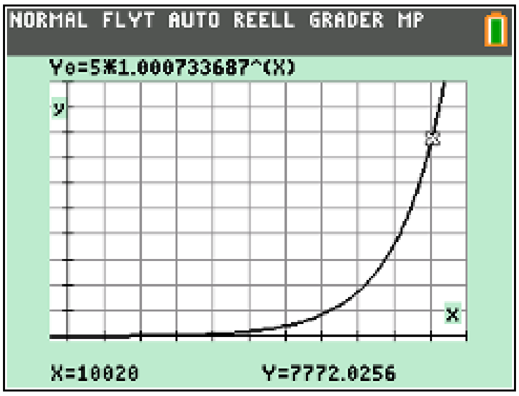
BRATE	FFAKT	BFTOT	FODDA	L_1
80	0	0	0	107970
80	1.0005	576675	46134	------
60	1.0003	443950	26637	
60	1.0002	213545	12813	
50	1.0046	63614	3180.7	
40	1.0047	101189	4047.6	
40	1.0054	72586	2903.4	
35	1.0084	102805	3598.2	
31	1.0186	176246	5463.6	
19	1.0121	168047	3192.9	
------	------	------	------	

$L_1(2)=$

Vi får resultatet **107970,** dvs ca **108 miljarder.** Idag lever alltså ca **7 %** av alla som har levt.

Man kunde naturligtvis ha tagit med en tidsperiod före 8000 år f.Kr. Här är det emellertid mycket svårt eller nästan omöjligt att göra uppskattningar av befolkningsstorlek och födelsetal.

Om vi tänker oss att vi har haft en *jämn* exponentiell utveckling under hela den tidsperiod vi studerat så skulle befolkningskurvan se ut så här:



Hur kommer man fram till förändringsfaktorn 1,000733687 i funktionen ovan?

Om vi tänker oss att födelsetalet är 40 (antal födda per tusen invånare) hur många skulle då ha levt på jorden?