Modellera en kvadratisk funktion

Paraboliska former förekommer i många sammanhang i den verkliga världen.

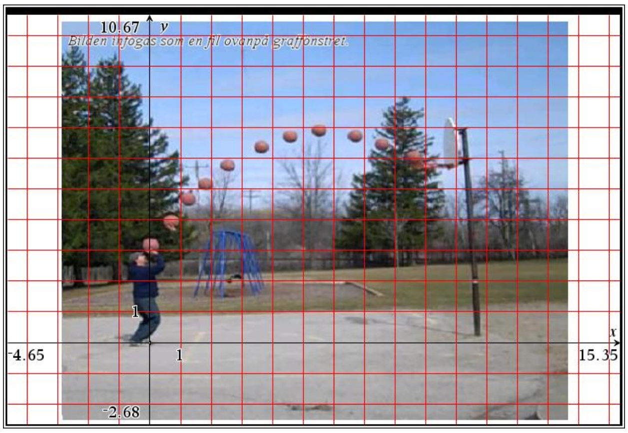
Målet med denna aktivitet att eleverna ska modellera banan hos en basketboll med en kvadratisk funktion när den kastas mot korgen. De ska analysera den kvadratiska funktionen och tolka funktionens parametrar i relation till olika mått i bilden.

Så här ser bilden ut och vi ser bollens bana. Vissa mått kan uppskattas. Det gäller t.ex. bollens höjd över marken i kastögonblicket. Vet också att korgens överkant är placerad 3,05 meter över marken.

Det är viktigt att eleverna när de ska göra denna aktivitet bara har tillgång till bilden med kastbanan. Se alltså till att de inte har TI-Nspire-filen som den ser ut. Detta dokument är bara ett stöd till dig som lärare inför din genomgång med eleverna innan de gör aktiviteten.

Nu infogar vi först bilden i ett graffönster. Då kan det se ut så här:

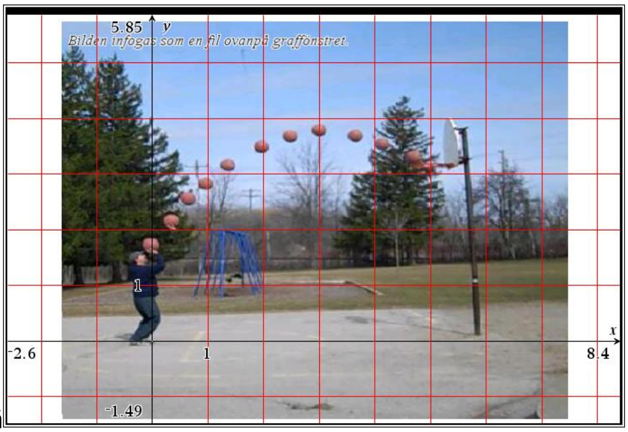
Vi drar i koordinatsystemet och placerar kastarens fötter i origo. Vi lägger in ett rutnät i tydlig färg också.



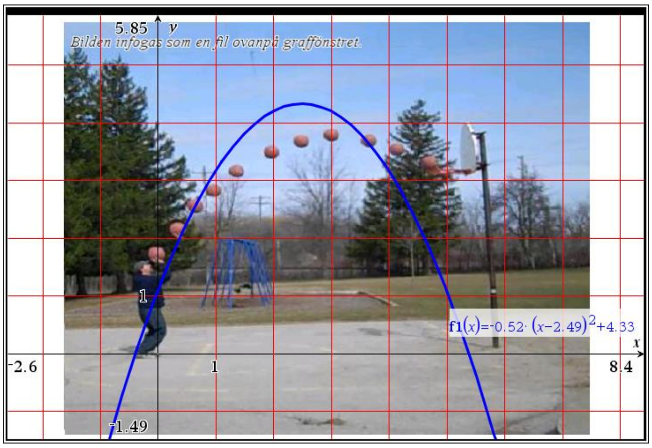
Nu kan vi dra i axlarna och försöka få överkanten på korgen på höjden 3,05 meter och bollens höjd över marken i kastögonblicket till ca 1,80 m. Se bilden nedan. Vi har ställt in rutnätet med 1 enhet mellan rutnätslinjerna. Observera att vi måste har ett kvadratiskt rutnät (ortonormerat system).

Det kan ta en stund och vara lite petigt att ställa in skalan ordentligt.

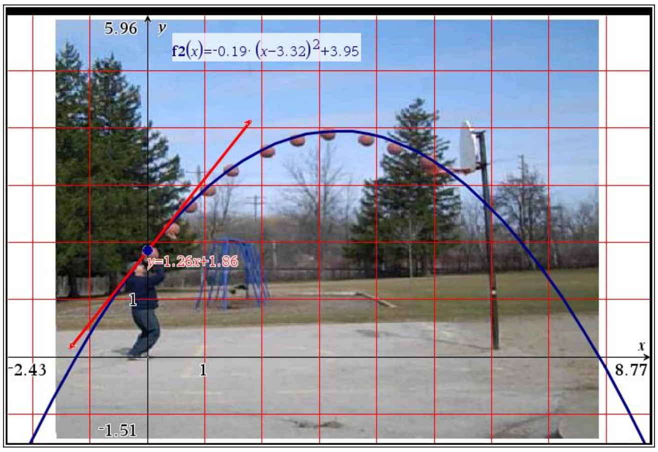
ä



Nu ritar vi funktionen $y = x^2$ i fönstret ovan och så drar vi i kurvan. Man kan dra i ”benen” för att ändra krökningen och i vertex för att flytta kurvan. Så här kan det se ut innan man har fått en kurva som följer kastbanan.



Efter massa pillande med kurvan kan det se ut som nedan. Vi har lagt in en tangent (välj punkter och linjer bland geometriverktygen och sedan tangent) där bollen lämnar kastaren. Vi ser ekvationen för tangenten.



Vi ser att vår modellerade funktion är

$$y = -0.19(x-3.32)^2 + 3.95$$

Här gör vi en del beräkningar på den framräknade funktionen och vi ser att det stämmer hyfsat bra om vi mäter från bilden.

Vi utvecklar det faktoriserade uttrycket för funktionen:

expand$(-0.19\cdot(x-3.32)^2+3.95)$ ▸ $-0.19\cdot x^2+1.2616\cdot x+1.85574$

Bollen kastas från 1,86 meters höjd. Verkar rimligt.

Man också se utifrån det faktoriserade uttrycket att bollen när sin högsta höjd i punkten (3,32, 3,95). Stämmer också bra med bilden.

Hur långt bort från korgen står kastaren. Korghöjd 3,05 m.

solve$(f2(x)=3.05,x)$ ▸ $x=1.14357$ or $x=5.49643$

Verkar också rimligt om vi jämför med bilden.

Beräkning av kastvinkeln utifrån tangenten i grafen.

$\tan^{-1}(1.26)$ ▸ 51.5627 Verkar också rimligt.

Sådana här kastbanor brukar behandlas I kurs 2 I fysik. Då brukar man arbeta med kastbanan uttryckt i parameterform, där rörelsen i x- och y-led är en funktion av tiden. Vi visar kort hur man göra detta.

Här har vi prövat oss fram med olika värden på begynnelsehastigheten för att få det att stämma.

Plotta nu funktionen $y = -0.19(x-3.32)^2 + 3.95$. Då ser man att man får en perfekt passning med parameterkurvan.

Här finns också den rörelsekurva vi får om vi inte skulle ha någon gravitation. Man drar då ut tangenten från startpunkten.