

---

**Thema: Technologienutzung bei Prüfungsaufgaben und Übungsaufgaben zur österreichischen Matura****Aufgabe: Stratosphärensprung, <https://aufgabenpool.srdp.at>, Bsp. 2\_028**

Gertrud Aumayr

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte:

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme, Änderungsmaße, Lineare Funktion

---

**Didaktischer Kommentar:**

Ab dem Haupttermin 2018 werden Minimalanforderungen für elektronische Hilfsmittel festgelegt (Siehe § 18 Abs. 3 der Prüfungsordnung). Das bedeutet, dass der Einsatz von Technologie inklusive CAS derzeit einmal von Vorteil ist und langfristig unverzichtbar werden wird.

In den folgenden Aufgaben aus bisherigen Reifeprüfungen und aus dem Aufgabenpool des Ministeriums sollen die Möglichkeiten und Vorteile der Nutzung von TI Nspire CAS gezeigt werden.

Die vorliegende Ausarbeitung soll verschiedene mögliche Lösungswege aufzeigen. Ob und welchen Weg die Schüler und Schülerinnen wählen werden, wird davon abhängig sein, wie Technologie im Unterricht eingesetzt wurde.

**Aufgabenstellungen:**

- a) Die Fallbeschleunigung  $a$  eines Körpers im Schwerfeld der Erde ist abhängig vom Abstand des Körpers zum Erdmittelpunkt. Die Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche auf Meeresniveau, d. h. bei einer Entfernung von  $r = 6371\,000\text{ m}$  vom Erdmittelpunkt, beträgt bei vernachlässigbarem Luftwiderstand ca.  $9,81\text{ m/s}^2$ .

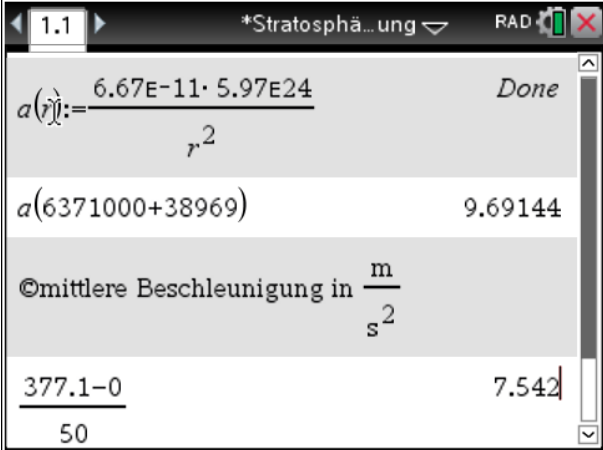
Für die Fallbeschleunigung  $a$  gilt:  $a(r) = \frac{G \cdot M}{r^2}$ , wobei  $G$  die Gravitationskonstante,  $M$  die Erdmasse und  $r$  der Abstand des Körpers vom Erdmittelpunkt ist. Es gilt:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}; M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Berechnen Sie den Wert der Fallbeschleunigung, die auf Felix Baumgartner beim Absprung aus der Raumkapsel wirkte!

$$a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m/s}^2$$

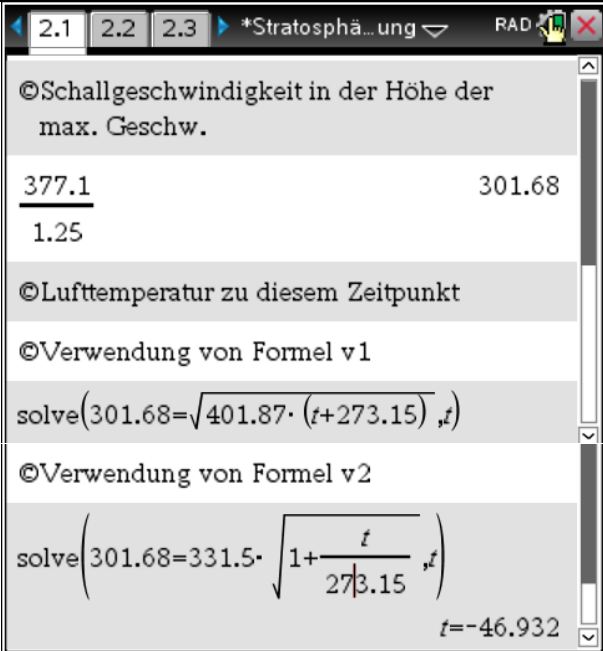
Berechnen Sie die mittlere Beschleunigung, die auf Felix Baumgartner bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit wirkte!

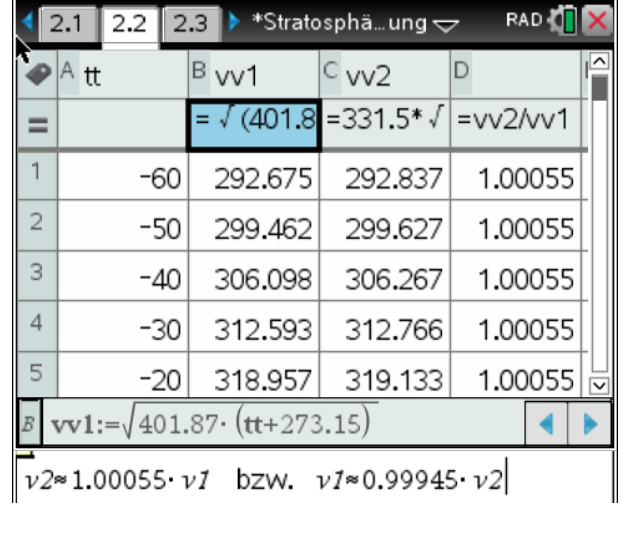
Ausarbeitung a	Kommentar
 <p>The screenshot shows a CAS calculator interface with the following content:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Top bar: 1.1, *Stratosph...ung, RAD, and a close button.</li> <li>Equation: <math>a(r) := \frac{6.67E-11 \cdot 5.97E24}{r^2}</math> with a "Done" button.</li> <li>Calculation: <math>a(6371000+38969)</math> resulting in 9.69144.</li> <li>Text: "©mittlere Beschleunigung in <math>\frac{m}{s^2}</math>".</li> <li>Calculation: <math>\frac{377.1-0}{50}</math> resulting in 7.542.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eingabe der Formel für <math>a(r)</math>.</li> <li>• Berechnen der Beschleunigung beim Absprung durch Einsetzen des entsprechenden Abstandes vom Erdmittelpunkt.</li> <li>• Berechnen der mittleren Beschleunigung.</li> </ul>

- b) Als Felix Baumgartner seine Höchstgeschwindigkeit erreichte, bewegte er sich um 25 % schneller als der Schall in dieser Höhe.

Geben Sie eine Gleichung an, mit der unter Verwendung einer der beiden in der Einleitung genannten Formeln die Lufttemperatur, die zu diesem Zeitpunkt geherrscht hat, berechnet werden kann, und ermitteln Sie diese Lufttemperatur!

Untersuchen Sie mithilfe der beiden Formeln den Quotienten der Schallgeschwindigkeiten im Lufttemperaturintervall  $[-60\text{ °C}; 20\text{ °C}]$  in Schritten von  $10\text{ °C}$  und geben Sie eine Formel an, die in diesem Lufttemperaturintervall den Zusammenhang zwischen  $v_1$  und  $v_2$  beschreibt!

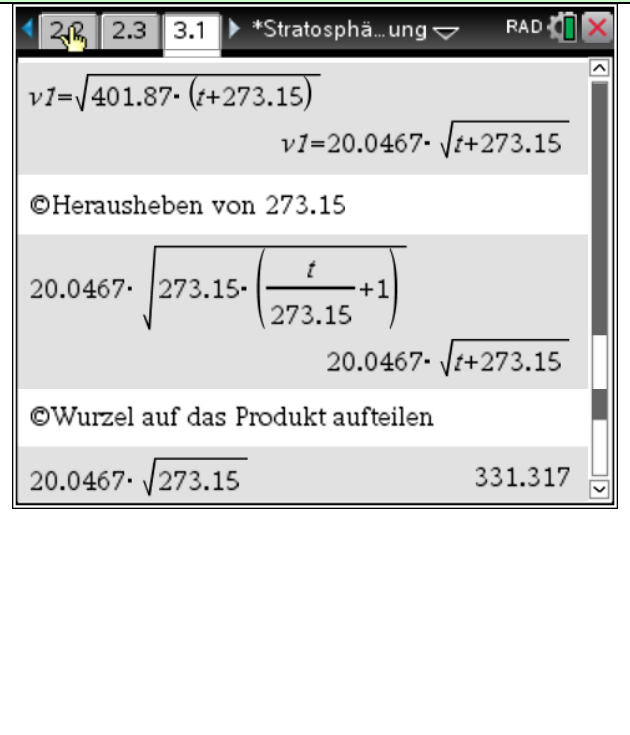
Ausarbeitung b	Kommentar
 <p>The screenshot shows a CAS calculator interface with the following content:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Top bar: 2.1, 2.2, 2.3, *Stratosph...ung, RAD, and a close button.</li> <li>Text: "©Schallgeschwindigkeit in der Höhe der max. Geschw.".</li> <li>Calculation: <math>\frac{377.1}{1.25}</math> resulting in 301.68.</li> <li>Text: "©Lufttemperatur zu diesem Zeitpunkt".</li> <li>Text: "©Verwendung von Formel v1".</li> <li>Equation: <math>\text{solve}(301.68 = \sqrt{401.87 \cdot (t+273.15)}, t)</math>.</li> <li>Text: "©Verwendung von Formel v2".</li> <li>Equation: <math>\text{solve}\left(301.68 = 331.5 \cdot \sqrt{1 + \frac{t}{273.15}}, t\right)</math>.</li> <li>Result: <math>t = -46.932</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Berechnen der Schallgeschwindigkeit in der Höhe der max. Geschw.</li> <li>• Zugehörige Lufttemperatur mit beiden Formeln berechnen.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden der Tabellenkalkulation für die Berechnung von <math>v_1</math> und <math>v_2</math> sowie für <math>v_1/v_2</math> in Schritten von <math>10^\circ\text{C}</math> im Intervall <math>[-60^\circ\text{C}; 20^\circ\text{C}]</math>.</li> <li>• Formel angeben.</li> </ul>
---	--

- c) Zeigen Sie mithilfe von Äquivalenzumformungen, dass die beiden Formeln für die Schallgeschwindigkeit in der Einleitung bis auf einen (gerundeten) Faktor äquivalent sind! Gehen Sie dabei von der Formel für  $v_1$  aus!

Die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit  $v_1$  von der Lufttemperatur  $T$  kann im Lufttemperaturintervall  $[-20^\circ\text{C}; 40^\circ\text{C}]$  in guter Näherung durch eine lineare Funktion  $f$  mit  $f(T) = k \cdot T + d$  modelliert werden.

Ermitteln Sie die Werte der Parameter  $k$  und  $d$  und interpretieren Sie diese Werte im gegebenen Kontext!

Ausarbeitung c	Kommentar
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bei den Äquivalenzumformungen wird die Technologie für die Berechnungen der einzelnen Faktoren verwendet werden.</li> </ul>

TI-84 Plus CE calculator screen showing the following steps:

- Function definition:  $v1(t) := \sqrt{401.87 \cdot (t + 273.15)}$  Done
- Calculation of  $k$ :  $k := \frac{v1(40) - v1(-20)}{60} = 0.596508$
- Calculation of  $d$ :  $d := v1(0) = 331.317$
- Linear regression equation:  $y = k \cdot x + d$   $y = 0.596508 \cdot x + 331.317$
- Interpretation:  $k = 0.6$  ..... pro 1°C nimmt die Schallgeschwindigkeit um 0.6 m/s zu
- Interpretation:  $d = 331,3$  ..... Schallgeschwindigkeit bei 0°C

- $v1(t)$  als Funktion in  $t$  eingeben.
- $k$  als Differenzenquotient ausrechnen .
- $d$  als Funktionswert an der Stelle 0 ausrechnen.

### Alternativ:

TI-84 Plus CE calculator screen showing the following steps:

- Screen mode: 3.1, 3.2, 3.3, \*Stratosphä... ung, RAD
- Table setup: A xx, B yy, C, D, E, F
- Table data:

	A xx	B yy	C	D	E	F
1	-20	318.957		Title	Linear R...	
2	-10	325.195		RegE...	m*x+b	
3	0	331.317		m	0.596375	
4	10	337.327		b	331.153	
5	20	343.232		r <sup>2</sup>	0.999718	

- Regression equation:  $=\text{LinRegM}$

- Daten in gefragtem Intervall erstellen und Regressionsgerade berechnen lassen.