

Thema: Technologienutzung bei Prüfungsaufgaben und Übungsaufgaben zur österreichischen Matura

Aufgabe: Aufnahme einer Substanz ins Blut, <https://aufgabenpool.srdp.at>, Bsp. 2_026

Gertrud Aumayr

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte:

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme, Regeln für das Differenzieren, Ableitungsfunktion / Stammfunktion, Funktionsbegriff, reelle Funktionen, Darstellungsformen und Eigenschaften

Didaktischer Kommentar:

Ab dem Haupttermin 2018 werden Minimalanforderungen für elektronische Hilfsmittel festgelegt (Siehe § 18 Abs. 3 der Prüfungsordnung). Das bedeutet, dass der Einsatz von Technologie inklusive CAS derzeit einmal von Vorteil ist und langfristig unverzichtbar werden wird.

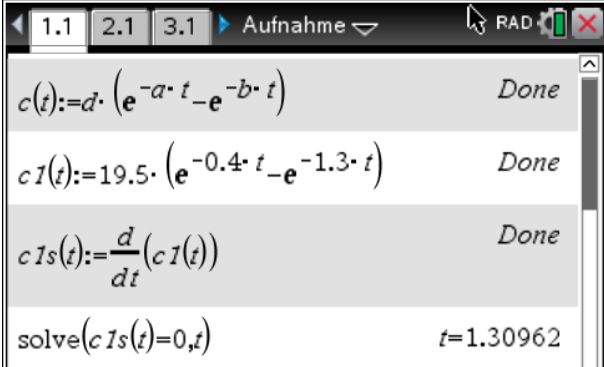
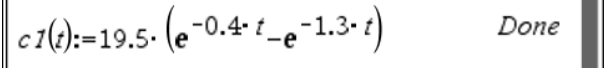
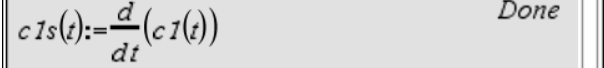

In den folgenden Aufgaben aus bisherigen Reifeprüfungen und aus dem Aufgabenpool des Ministeriums sollen die Möglichkeiten und Vorteile der Nutzung von TI Nspire CAS gezeigt werden.

Die vorliegende Ausarbeitung soll verschiedene mögliche Lösungswege aufzeigen. Ob und welchen Weg die Schüler und Schülerinnen wählen werden, wird davon abhängig sein, wie Technologie im Unterricht eingesetzt wurde.

Aufgabenstellungen:

- a) Geben Sie eine Gleichung an, mit der der Zeitpunkt der maximalen Blutkonzentration für die in der Einleitung beschriebene Bateman-Funktion c_1 berechnet werden kann, und ermitteln Sie diesen Zeitpunkt!

Begründen Sie allgemein, warum der Wert des Parameters d in der Bateman-Funktion c nur die Größe der maximalen Blutkonzentration beeinflusst, aber nicht den Zeitpunkt, zu dem diese erreicht wird!

| Ausarbeitung | Kommentar |
|---|---|
|  | Eingabe der allgemeinen Funktion c |
|  | Eingabe von c_1 mit den gegebenen Parametern |
|  | Erste Ableitung c_1s (s steht für „Strich“) bestimmen und gleich 0 setzen. |
|  | |

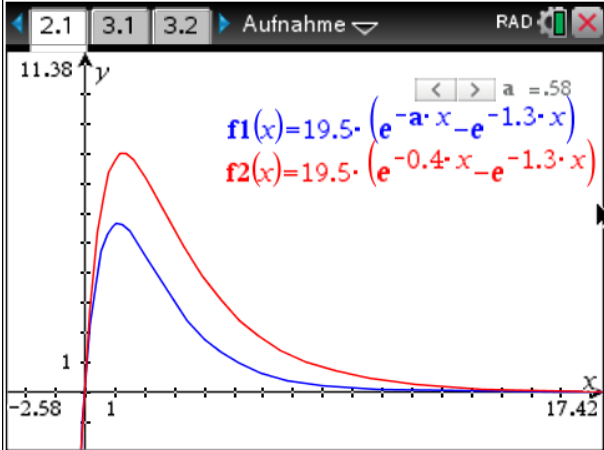
| | |
|---|---|
| $c_{1ss}(t) := \frac{d}{dt}(c_{1s}(t))$ <p>Done</p> | Zweite Ableitung c_{1ss} bestimmen und Lösung für die Extremstelle einsetzen. |
| $c_{1ss}(1.30962) = -4.15749$ | |
| © Der Zeitpunkt der maximalen Blutkonzentration beträgt ca. $t = 1.31$ Std. | Erste Ableitung für c bestimmen und 0 setzen. |
| $c_s(t) := \frac{d}{dt}(c(t))$ <p>Done</p> | |
| $c_s(t) = d \cdot (b \cdot e^{a \cdot t} - a \cdot e^{b \cdot t}) \cdot e^{(-a-b) \cdot t}$ | Begründung |
| ☹ Setzt man diese erste Ableitung 0, erhält man mit dem Produkt-Nullsatz, dass der Klammerausdruck $(b \cdot e^{a \cdot t} - a \cdot e^{b \cdot t}) = 0$ sein muss. Hier kommt d nicht vor. | |

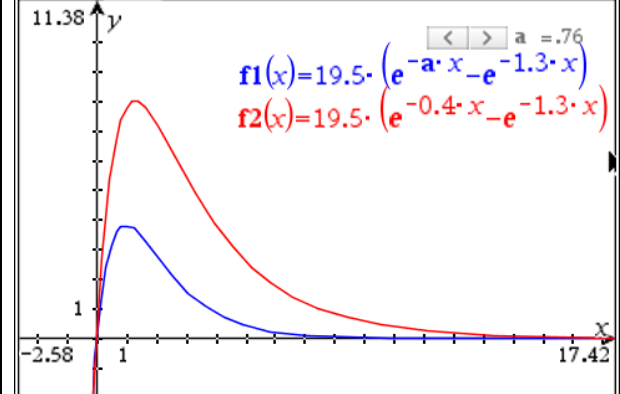
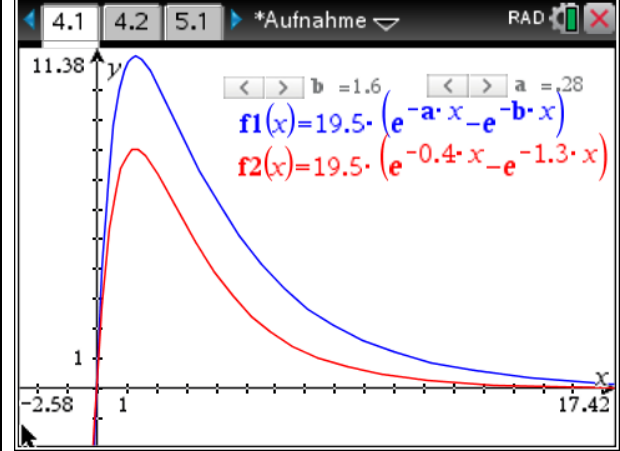
- b) Die Werte der Parameter a , b und d der Bateman-Funktion variieren von Patient zu Patient. Es wird im Folgenden angenommen, dass der Wert des Parameters d für drei untersuchte Patienten P_1 , P_2 , P_3 identisch ist.

Für den Patienten P_1 gelten die Parameter aus der Einleitung. Bei Patient P_2 ist der Wert des Parameters a etwas größer als bei Patient P_1 .

Beschreiben Sie, wie sich der Graph der Bateman-Funktion verändert, wenn der Wert des Parameters a erhöht wird, der Parameter b unverändert bleibt und $a < b$ gilt! Interpretieren Sie diese Veränderung im gegebenen Kontext!

Patient P_3 erreicht (bei gleicher verabreichter Dosis) die maximale Blutkonzentration zeitgleich mit Patient P_1 , die maximale Blutkonzentration von Patient P_3 ist aber größer. Ermitteln Sie, wie sich die Werte von a und b bei der Bateman-Funktion für Patient P_3 von jenen von Patient P_1 unterscheiden!

| | |
|---|---|
|  | Zeichnen der Funktion f_2 für P_1 |
| | Zeichnen einer zweiten Funktion f_1 mit Schieberegler für a für P_2 |

| | |
|--|---|
|  <p> $f1(x) = 19.5 \cdot (e^{-a \cdot x} - e^{-1.3 \cdot x})$ $f2(x) = 19.5 \cdot (e^{-0.4 \cdot x} - e^{-1.3 \cdot x})$ </p> | |
| <p>Bei einer Erhöhung des Wertes von a verschiebt sich das lokale Maximum der Funktion bei einem niedrigen Funktionswert nach links. Das bedeutet, dass die maximale Blutkonzentration früher erreicht wird und geringer ist.</p> | |
|  <p> $f1(x) = 19.5 \cdot (e^{-a \cdot x} - e^{-b \cdot x})$ $f2(x) = 19.5 \cdot (e^{-0.4 \cdot x} - e^{-1.3 \cdot x})$ </p> | <p>Zeichnen der Funktion $f2$ für P1</p> <p>Zeichnen einer allgemeinen Funktion, wobei für a und b Schieberegler verwendet werden.</p> |
| <p>Bei Patient P3 ist bei der Bateman-Funktion der Wert von a kleiner und der Wert von b größer als bei Patient P1.</p> | |