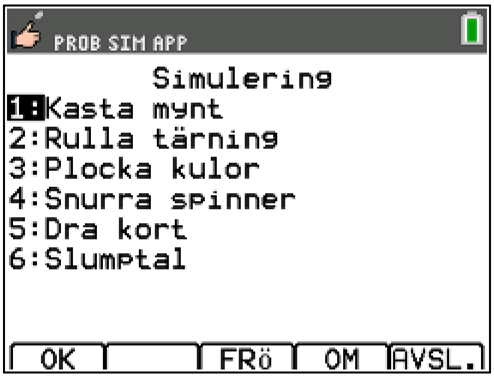
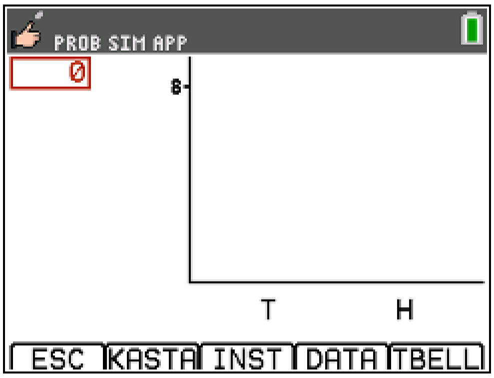
Simuleringar med mynt och tärningar

I den här aktiviteten ska du studera olika utfall vid myntkastning och beräkna motsvarande sannolikheter, Du ska också visa de beräknade sannolikheterna grafiskt genom att rita histogram och kunna jämföra grafer från olika sannolikhetsfördelningar. När du är klar ska du också jämföra experimentella och teoretiska sannolikheter.

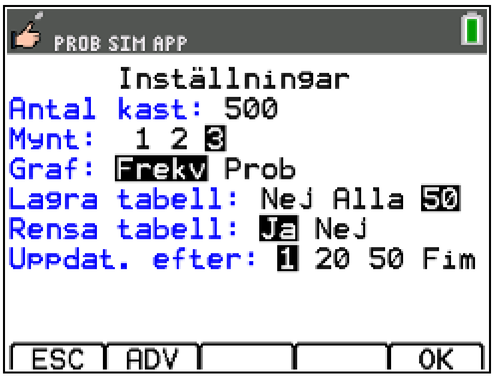
Kasta tre mynt

Du ska nu simulera ett scenario där tre mynt kastas. Du använder nu appen **Prob Sim** som är förinstallerad på räknaren. Tryck på [apps][stat plot] välj **Prob Sim** och välj sedan **Kasta mynt**.



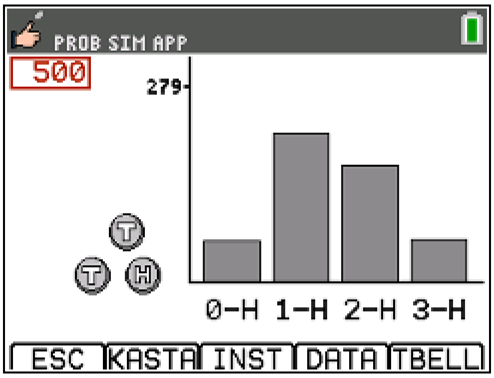


Tryck på INST för att ställa in simuleringen. Välj 500 kast och 3 mynt och tryck OK.



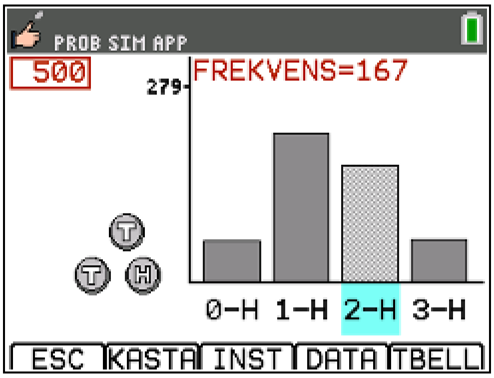
Välj JA för att godkänna denna inställning och tryck på OK för att börja kasta.

Efter 500 kast kan det se ut så här:

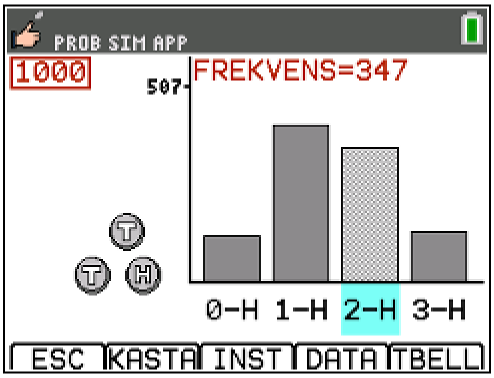


H står här för Krona. Det heter *Head* på engelska. Med piltangenterna (▶ och ◀) kan du nu vandra över staplarna och se frekvensen för respektive utfall.

Skärmen nedan visar till exempel att vi fick 167 utfall med **två** Krona och **en** klave.



Tryck nu på KASTA en gång till. Då gör vi ytterligare 500 kast.



Om du nu trycker på INST och ändrar den tredje raden till PROB (står för *probability* eller sannolikhet på svenska). Tryck nu igen på piltangenterna och vandra över staplarna. Nu ser du i stället för frekvensen den beräknade sannolikheten vid simuleringen. Det blir ju 0,347 eller 34,7 % förstås.

Pröva nu att kasta myntet väldigt många gånger, till exempel 3000 gånger. Hur stor är sannolikheten att du får 1 Krona vid denna simulering?

Anta nu att tre mynt kastas. De möjliga utfallen anges nedan. Totalt har vi $2^3 = 8$ olika utfall. Beräkna sannolikheten för att få 0, 1, 2, 3 Krona. TTT betyder här 3 Tail eller 3 Klave på svenska.

0 Krona	1 Krona	2 Krona	3 Krona
TTT	TTH	HHT	HHH
	THT	HTH	
	HTT	THH	

P står här för *probability* eller sannolikhet

P(0 Krona) = ______________________________

P(1Krona) ________________________________

P(2 Krona) ________________________________

P(3Krona) _________________________________

Hur blir det nu om man kastar *fyra* mynt? Hur många olika utfall har man då? Nu blir det lite krångligare.
Vi har börjat fylla i tabellen nedan. Fyll nu i det som fattas och därefter sannolikheterna. Hur många olika utfall det finns. Det kan du se från tabellen. Det finns också ett annat sätt att räkna ut antalet olika utfall. Hur?

0 Krona	1 Krona	2 Krona	3 Krona	4 Krona
TTTT	TTTH	HHT	HHHT	HHHH
	TTHT	HTH		
	THTT	THH		
	HTTT			

P(0 Krona) = ______________________________

P(1Krona) ________________________________

P(2 Krona) ________________________________

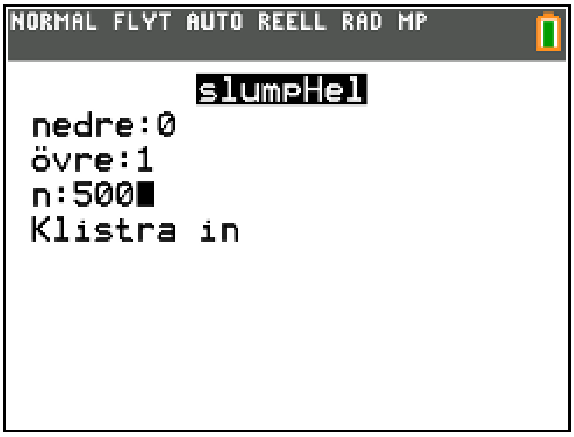
P(3 Krona) _________________________________

P(4 Krona) __________________________________

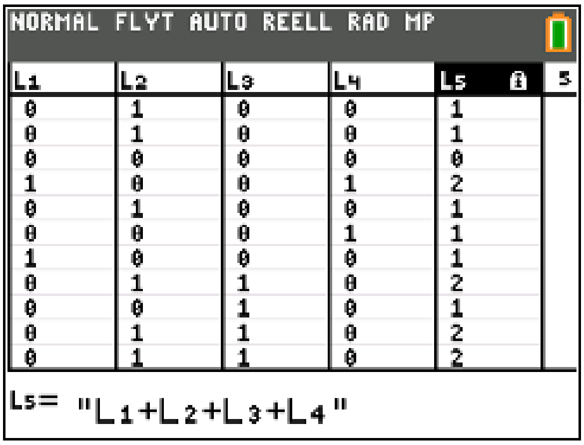
Med fyra mynt kan du inte göra en simulering med appen **Prob Sim**. Däremot kan vi göra det i räknarens statistikeditor. Då alstrar vi ett stort antal slumptal 0 eller 1 fyra gånger.

Först placerar du markören i kolumnhuvudet i Lista L1 till exempel. Du alstrar sedan slumptalen genom att först trycka på tangenten $\boxed{\text{math}}$ och sedan välja **SAN**. I detta fall väljer du sedan alternativ **5 slumpHel(**.

Då får du upp följande fönster där du fyller i nedre och övre gräns och hur många gånger det ska alstras slumptal.

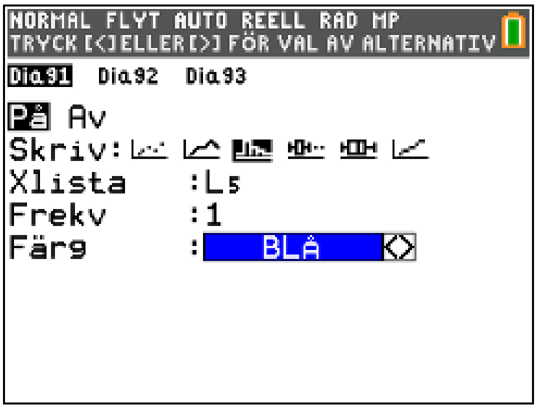


När du har alstrat slumptalen i fyra listor så summerar du talen rad för rad. Se skärmbilden från statistikeditorn nedan.

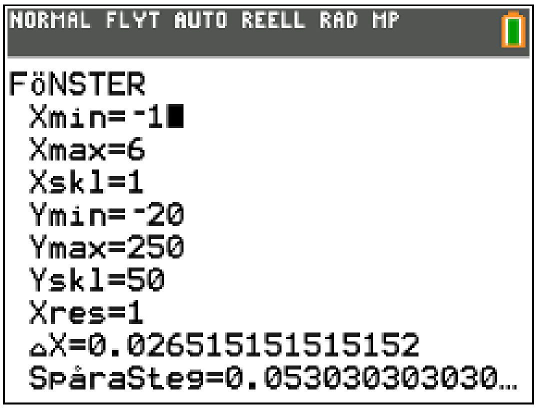


I lista L5 har vi nu heltal mellan 0 och 4.

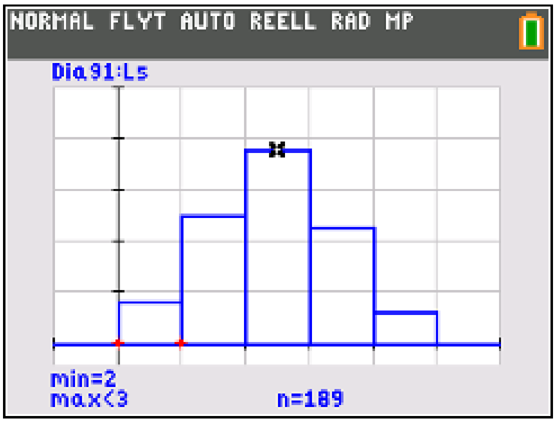
För att snabbt se fördelningen av heltalen så gör vi en plottning. Så här ska du ha inställningen



När du sedan plottar är det viktigt att du har en bra fönsterinställning. **Xskl** måste i detta fall vara 1. Nedan har vi en bra inställning:



Så här blir nu plottningen.

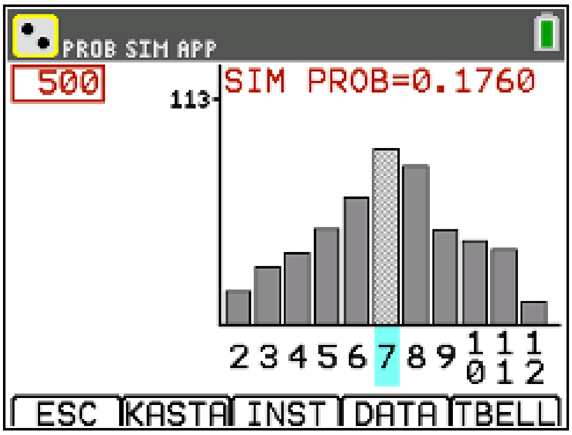


I diagrammet ser man att utfallet "två Krona" förekommer 189 gånger av 500. Den relativa frekvensen är då 37,8 %. Hur pass bra stämmer det med den teoretiska frekvensen.

Pröva gärna några fler gånger genom att alstra nya slumptal. Om ni är fler som arbetar med denna aktivitet så kan ni jämföra med varandra.

Kasta två och tre tärningar

I appen Prob Sim kan du också göra simuleringar med tärningar.



Rutnätet nedan visar fördelningen av poäng-summan vid kast av två tärningar. Vi ser att poängsumman 7 kan fås på 6 olika sätt: 6+1, 5+2, 4+3, 3+4, 2+5, 1+6

Sannolikheten att poängsumman 7 är då $6/36 \approx 0{,}17$.

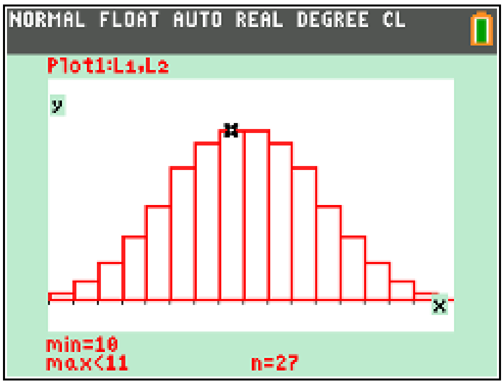
	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Om man kastar tre tärningar, hur stor är då sanno-likheten att man till exempel får 10 prickar samman-lagt? Det finns ju $6^3 = 216$ olika utfall som fördelar sig enligt följande. Följande tabell ger antalet möjlig-heter att få 3, 4 … 17, 18 prickar. Det finns ju 16 olika utfall.

Se tabellen nedan. Vi se att sannolikheten att få 10 eller 11 prickar är 27/216=1/8.

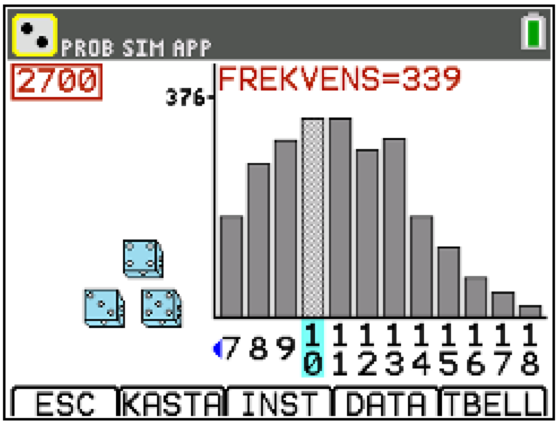
poängsumma	antal möjligheter
3	1
4	3
5	6
6	10
7	15
8	21
9	25
10	27
11	27
12	25
13	21
14	15
15	10
16	6
17	3
18	1

Så här ser ett diagram på fördelningen ut.



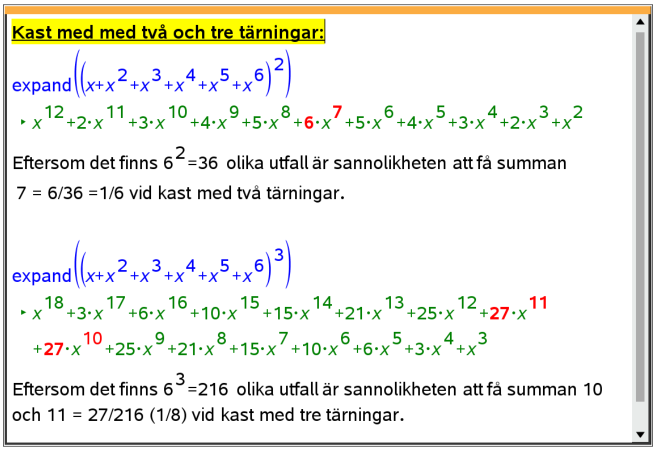
Du upptäcker väl symmetrin i fördelningen.

En simulering med appen Prob Sim ger följande resultat. Man ser inte hela diagrammet. Man får här skrolla åt vänster om man vill se frekvenserna för poängsumman 3 till och med 6.



Efter 2700 kast så får vi summan 10 339 gånger. Det motsvarar den relativa frekvensen 339/2700 ≈0,126. Just i denna simulering kom vi väldigt nära det teoretiska värdet 0,125 eller 1/8.

Med programvara som kan räkna symboliskt (CAS) kan du direkt beräkna sannolikheterna för olika summor. Vi har här använt programvaran TI-Nspire CAS.



Kast med med två och tre tärningar:

expand$\left(\left(x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6\right)^2\right)$

▸ $x^{12}+2\cdot x^{11}+3\cdot x^{10}+4\cdot x^9+5\cdot x^8+6\cdot x^7+5\cdot x^6+4\cdot x^5+3\cdot x^4+2\cdot x^3+x^2$

Eftersom det finns $6^2=36$ olika utfall är sannolikheten att få summan 7 = 6/36 =1/6 vid kast med två tärningar.

expand$\left(\left(x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6\right)^3\right)$

▸ $x^{18}+3\cdot x^{17}+6\cdot x^{16}+10\cdot x^{15}+15\cdot x^{14}+21\cdot x^{13}+25\cdot x^{12}+27\cdot x^{11}+27\cdot x^{10}+25\cdot x^9+21\cdot x^8+15\cdot x^7+10\cdot x^6+6\cdot x^5+3\cdot x^4+x^3$

Eftersom det finns $6^3=216$ olika utfall är sannolikheten att få summan 10 och 11 = 27/216 (1/8) vid kast med tre tärningar.