Herons formel med programmering

I denna aktivitet ska vi närmare studera trianglar och vilka villkor som gäller för sidlängderna för att dessa ska kunna bilda en triangel. Vi tittar på ett kort och genomskinligt program där arean beräknas med Herons formel.

Herons formel– göra beräkningar på triangelareor

Det här är en aktivitet som inledningsvis handlar om att skriva ett program som beräknar arean av en triangel när man känner till alla sidor. Sedan utmynnar aktiviteten i vilka villkor som gäller för sidornas längd för att dessa ska kunna bilda en triangel. Detta undersöks i satsen:

If *a+b>c* and *a+c>b* and *b+c>a* Then

Om de tre villkoren ovan är sanna *samtidigt* så kan sidorna med längderna *a*, *b* och *c* bilda en triangel. Sidorna med längderna 2, 3 och 6 längdenheter kan inte bilda en triangel. Sammanfattningsvis enligt satsen ovan: 2+3>6 **falskt,** 2+6>3 **sant,** 3+6>2 **sant**

En av olikheterna är falsk och då kan man inte bilda en triangel.

Det intressanta i programmet här är alltså If-satsen

If *a+b>c* and *a+c>b* and *b+c>a* Then

Tre villkor ska i detta fall uppfyllas för att sidorna ska kunna bilda en triangel. Efter If-satsen kommer ju beräkningarna av arean. Efter Else-satsen finns sedan meddelandet ”Det finns ingen sådan triangel”.

Nedanhar vi gjort två programkörningar. I det första fallet testar vi med de välkända sidlängderna 3, 4 och 5, som är den välkända egyptiska triangeln som är rätvinklig med kateter 3 och 4 och hypotenusa 5. och den har ju arean 6. Med sidlängderna 2, 3 och 4 får vi både ett exakt svar och ungefärligt svar med 5 decimaler.

```
heron                                   0/8
Define heron(a,b,c)=
Prgm
If a+b>c and a+c>b and b+c>a Then
d:=(a+b+c)/2
area:=√(d·(d−a)·(d−b)·(d−c))
Disp "arean=",area
Disp "arean är approximativt=",approx(area)
Else
Disp "finns ingen sådan triangel"
EndIf
EndPrgm
```

```
heron(3,4,5)
    arean= 6
    arean är approximativt= 6.
                                  Klar
heron(2,3,4)
    arean= 3·√15/4
    arean är approximativt=
    2.90474
                                  Klar
```

Villkorssatserna i programmet

För en struktur som ser ut så här

If *villkor* **Then**
Block av kod
Else
Block av kod
EndIf

så exekveras det första blocket med kod om villkoret är sant och det andra blocket med kod om villkoret inte är sant.
I programmet förekommer följande villkorsstruktur:

```
If a+b>c and a+c>b and b+c>a Then
d:=(a+b+c)/2
area:=√(d·(d−a)·(d−b)·(d−c))
Disp "arean=",area
Disp "arean är approximativt=",approx(area)
Else
Disp "finns ingen sådan triangel"
EndIf
```

Ibland är det alltså nödvändigt att ha en åtgärd som inträffar när ett villkor är sant och en annan åtgärd när samma villkor är falskt. Det är detta man kan åstadkomma med en *Else*-sats

Programmet kan också skrivas så här:

```
test                                    2/8
Define test(a,b,c)=
Prgm
If a+b<c or a+c<b or b+c<a Then
  Disp "finns ingen sådan triangel"
Else
  d:=(a+b+c)/2
  area:=√(d·(d−a)·(d−b)·(d−c))
  Disp "arean=",area
  Disp "arean är approximativt=",approx(area)
EndIf
EndPrgm
```

```
test(2,3,6)
        finns ingen sådan triangel
                                  Klar
test(3,4,5)
    arean= 6
    arean är approximativt= 6.
                                  Klar
```

Diskutera med eleverna skillnaden i If.. Then-satserna (**and** och **or**).

Här kommer nu två sidor där vi gör en geometrisk konstruktion av en triangel med sidorna 2, 3 och 4 längdenheter.

Vi ritar nu på nästa sida en triangel med sidorna 2, 3 och 4 längdenheter. Vi placerar den längsta sidan efter x−axeln och plottar sedan två cirklar med medelpunkter i ändarna på den längsta sidan. Vi ritar sedan de två andra sidorna. De har ändpunkter i cirklarnas skärningspunkt. Vi ritar sedan höjden i triangeln med geometriverktyget *Vinkerät* som finns bland konstruktionsverktygen. Vi mäter sedan höjden. Arean hos triangeln blir då $\frac{4\cdot 1.45}{2}$ ▸ 2.9 Stämmer bra med programberäkningen.

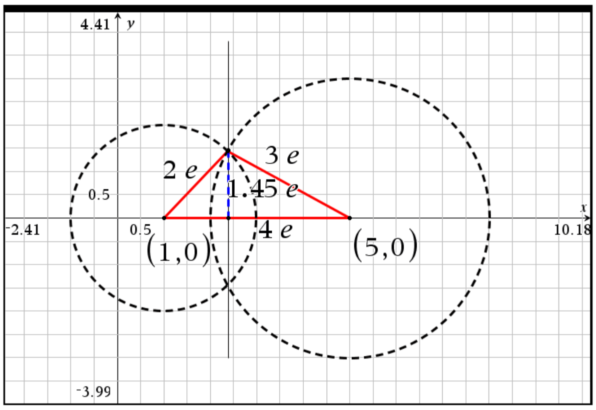
© Vi testar nu med programmet

heron(2,3,4)

arean= $\frac{3\cdot\sqrt{15}}{4}$

arean är approximativt= 2.90474

Klar



Den tredje raden i programmet lyder:

If *a+b>c* and *a+c>b* and *b+c>a* Then

De tre olikheterna ovan måste alltså gälla *samtidigt*. Det är ju ganska självklart att *summan av två sidor, kvittar vilka, alltid måste vara större än den tredje sidan*. Se figur:

Sidorna 2, 7 och 3 som vi matat in som argument i programmet heron till höger ger alltså ett fel! Vilket resultat får du om du t.ex matar in (2,7,5)? Pröva detta!

heron(2,7,3)

finns ingen sådan triangel

Klar

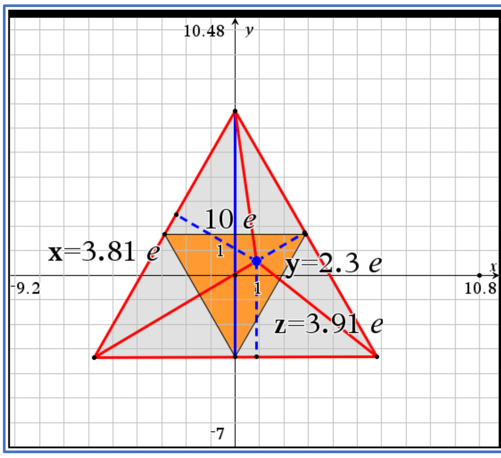
Avslutningsvis så visar vi på två sidor en interaktiv *geometrisk* lösning på frågan hur stor sannolikheten är att man får en triangel om man slumpmässigt delar en sträcka av en viss längd i tre delar.

På nästa sida har vi gjort en interaktiv lösning till problemet med de tre sidorna och vilka villkor som gäller för att de ska bilda en triangel.

Om vi tänker oss att vi delar ett linjesegment *slumpmässigt* i tre delar, där hela segmentet motsvarar höjden i den stora liksidiga triangeln och de tre delarna är de streckade linjesegmenten, så gäller att om vi flyttar den blå punkten så att den befinner sig i den lilla oranga deltriangeln så får vi en delning av det heldragna segmentet i tre delar som kan bilda höjder i tre trianglar.

Sannolikheten att man kan bilda en triangel är alltså **1/4.**

Läs mer om detta problem i aktiviteten Triangelolikheten



x+y+z ▸ 10.017

x ▸ 3.80901

y ▸ 2.29633

z ▸ 3.91165

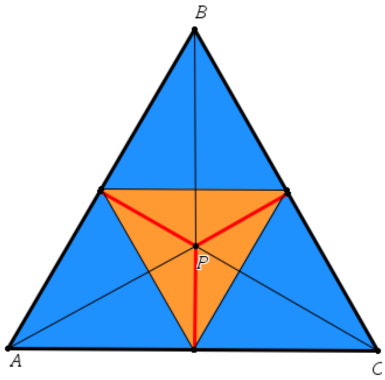
x+y>z ▸ true

x+z>y ▸ true

y+z>x ▸ true

Konstruktionen ovan bygger på den lösning som gjordes av *Martin Gardner* i en kolumn i tidskriften *Scientific American*, där han medverkade i 25 år.

För att de tre delarna ska kunna bilda en triangel måste en del vara mindre än summan av de två andra delarna. Då hela längden är 10 cm i vårt exempel så måste längden hos alla tre delarna vara mindre än 5 cm. Ett sätt att få detta är att dra linjer parallellt med och 5 cm ifrån varje sida i triangeln *ABC*. Vi får då en mindre liksidig triangel inne i den stora triangeln. Vi har markerat denna triangel i brun färg.



Dra i punkten P

Punkter som ligger inne i den mindre bruna triangeln är ändpunkter för höjder (markerade i röd färg) i trianglar. För punkter som ligger precis på kanterna till den mindre triangeln är den längre av de tre röda linjerna precis lika stor som summan av de två kortare. För punkter utanför den mindre triangeln kan de tre röda linjerna inte bilda en triangel. Elegant! 😆