Minigolf

Denna aktivitet är en tillämpning på elementär geometri och algebra. Tyngdpunkten ligger på geometri eftersom det är tänkt att eleverna ska utnyttja CAS-verktyg i algebra. Vi vill poängtera att den lösning vi redovisar här är en av flera möjliga lösningar.

När vi talar om lutning så menar vi riktningskoefficienten eller *k*-värdet.

I Problem 1 så redovisar vi alltså en lösning och i Problem 2 så är det tänkt att eleverna själva ska göra sina lösningar. Man kan naturligtvis också tänka sig att eleverna bara får sid 1–3 och därefter arbetar med lösningar till uppgifterna i både problem 1 och 2.

En matematiker på minigolfbanan

Kristi vet genom erfarenhet att när golfbollen efter ett slag studsar ut igen från kanten på banan så är lutningen på bollbanan $-1 \cdot k$ där k är lutningen på den ingående bollbanan.

a) Var på kanten som är 10 m lång ska Kristi träffa för att lyckas få Hole in one efter ytterligare en studs på den bortre kanten? På nästa sida har vi gjort en dynamisk geometrisk konstruktion av Kristis dubbelstudsslag. Du kan flytta den gröna punkten för att få olika bollbanor.

b) Var på den 4 m långa bortre kanten kommer bollen då att studsa på sin väg mot hålet? Du får nu använda dina kunskaper i algebra och elementär geometri. Du kan använda algebraverktygen hos TI-Nspire.

c) Kristis vän Tom spelar också. Han tror att han kan få Hole in one med bara en studs. Har han rätt? Undersök nu detta.

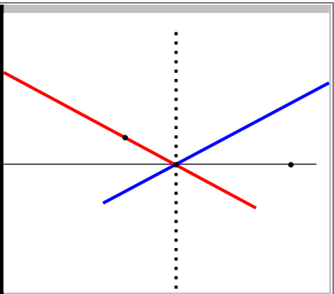
Här går vi igenom hur man konstruerar reflekterande linjer. I figuren till höger har vi gjort en enkel konstruktion.

I konstruktionen på nästa sida använder vi två geometriverktyg för att skapa bollbanor som studsar ut från kanterna.

1) Först drar man en linje som representerar kanten. Därefter ritar man en linje som representerar *infallande* bana mot kanten. Det är den röda linjen.

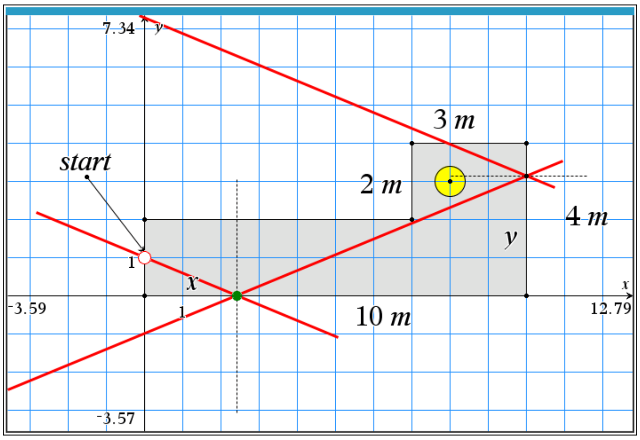
2) Sedan konstruerar man en *vinkelrät* linje. Den är prickad.

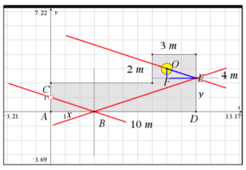
3) Till sist så använder man verktyget ***Reflektion***. Finns under Transformation. Vi får då den blå linjen.



Dra nu i pricken hos den röda linjen och observera den blå reflektionsvinkeln.

Be eleverna att du dra i den gröna punkten och försöka få banan efter den andra studsen att gå igenom hålet som är placerat i (8, 3). De ska läs av var på den långa sidan som bollen då ska träffa kanten för att Kristi ska få Hole-in-one. Samma sak som för den bortre kanten, dvs avståndet *y*.





Se beteckningar x och y i figuren. Trianglarna *ABC* och *BDE* är likformiga. Då gäller att

$\frac{1}{x} = \frac{y}{10-x}$.

Titta nu på den blå triangeln *FEO*. Lutningen på hypotenusan *EO* kan vi beräkna eftersom…

.. vi känner två punkter. Punkten *O* (hålet) har koordinaterna (8, 3). Vi får att

lutningen $= -\frac{3-y}{10-8} = -\frac{3-y}{2}$

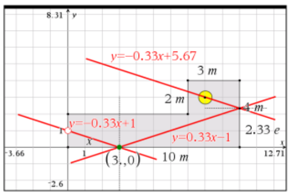
Då linjen genom *EO* är *parallell* ***(varför)*** med linjen genom *BC*

får vi att $-\frac{3-y}{2} = -\frac{1}{x}$

Vi har nu två ekvationer i x och y och kan då sätta upp ett ekvationssystem. Se nästa sida.

$$\text{solve}\left(\begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{y}{10-x}\\ \frac{-(3-y)}{2}=\frac{-1}{x}\end{cases},\{x,y\}\right) \blacktriangleright x=3 \text{ and } y=\frac{7}{3}$$

Nedan visar vi hur det kan se ut om man gör mätningar och visar ekvationer för de tre linjerna och koordinaterna för den "gröna" punkten.



Man kan också tänka sig att eleverna löser ekvationssystemet "för hand". Se nedan.

$$\text{solve}\left(\frac{1}{x}=\frac{y}{10-x},y\right) \blacktriangleright y=\frac{-(x-10)}{x}$$

$$\text{solve}\left(\frac{-(3-y)}{2}=\frac{-1}{x},y\right) \blacktriangleright y=3-\frac{2}{x}$$

$$3-\frac{2}{x}=\frac{-(x-10)}{x} \blacktriangleright 3-\frac{2}{x}=\frac{-(x-10)}{x}$$

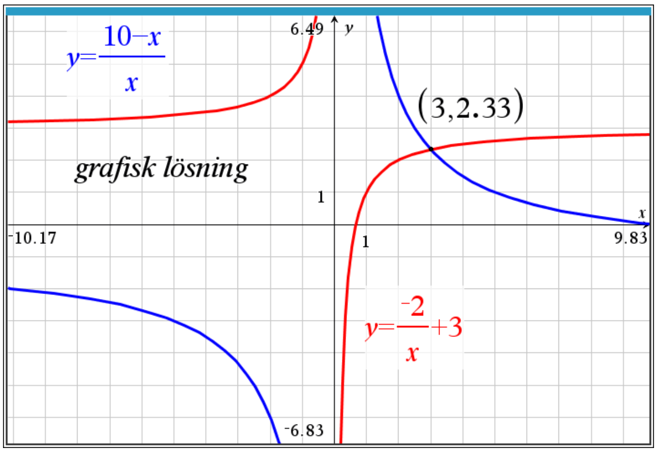
$$3=\frac{10-x+2}{x} \blacktriangleright 3=\frac{-(x-12)}{x}$$

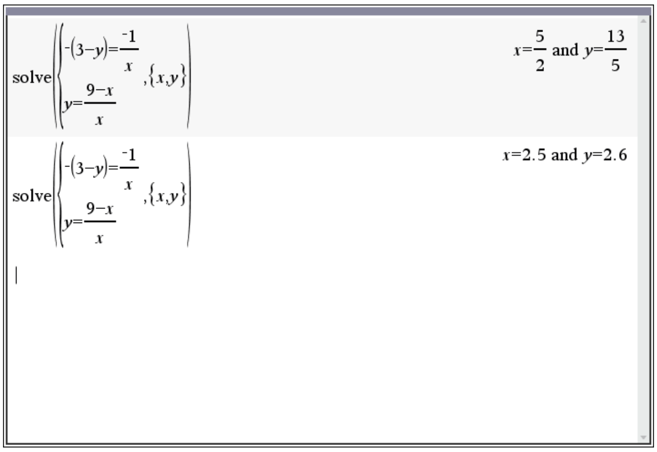
$$3\cdot x=12-x \blacktriangleright 3\cdot x=12-x$$

$$4\cdot x=12 \blacktriangleright 4\cdot x=12$$

$$x=3 \quad y=3-2/3 \blacktriangleright y=\frac{7}{3}$$

Man kan också göra en numerisk lösning genom att plotta 2 funktioner och sedan med beräkna skärnings-punkten med TI-Nspire´s analysverktyg



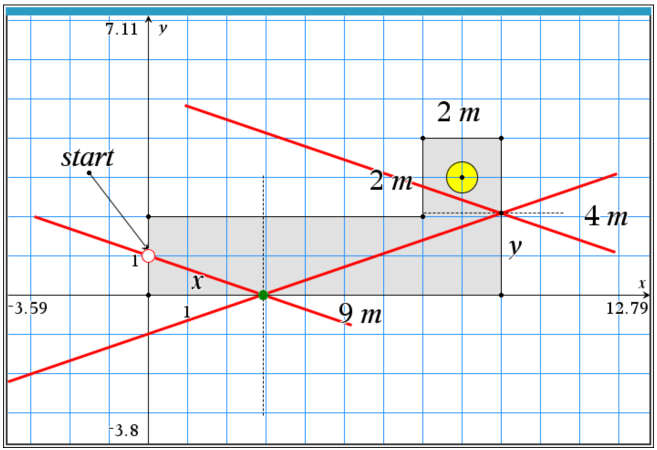


Problem 2

Banan förkortas med 1 meter. Se konstruktion på nästa sida.
Samma frågor a) och b) som i problem 1.

c) Bevisa att bollbanorna i första och tredje bollbanan är parallella!

Konstruera nu gärna egna golfbanor och använd de geometriska konstruktionsverktygen för att skapa bollbanor.



Här blir x=2.5 och y=2.6.